

# НОБЕЛЕВСКАЯ ПРЕМИЯ ПО ФИЗИКЕ 2022 ГОДА (математические аспекты)

В.А. Зорич

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Семинар по комплексному анализу  
Математический институт им. В.А.Стеклова  
(3. 04. 2023 г., Москва)

Аннотация . . . . .	2
Дискуссия Эйнштейна и Бора (1927). . . . .	3
Нелокальность квантовых взаимодействий . . . . .	4
Неравенства Белла (1964) (математика) . . . . .	5
Неравенства Белла (1964) (физика и логика ) . . . . .	6
Эксперименты (Клаузер,... Аспэ,... Цайлингер,...) . . . . .	7
Нобелевская премия (2022) . . . . .	8
Обсуждение идеи скрытых параметров . . . . .	9
Кто же прав, Бор или Эйнштейн? . . . . .	10
Сцепленные (entangled) состояния квантовых систем. . . . .	11
Провидцы ресурсов квантовых вычислений . . . . .	12
О литературе (легко доступные источники). . . . .	13
Общие заключительные замечания . . . . .	14
Замечание о скрытых переменных. . . . .	15
Два пояснительных слова и полезная информация . . . . .	16
Напутствие Белла . . . . .	17

## Аннотация

Мы обсудим, как, казалось бы, философский спор Бора и Эйнштейна был приведён к экспериментальной проверке.

За эту проверку и за её дальнейшее развитие и использование Alain Aspect, John Clauser и Anton Zeilinger были удостоены Нобелевской премии по физике за 2022 год.

Тема большая даже для профессионального физика, не говоря уж о докладчике.

2 / 17

## Дискуссия Эйнштейна и Бора (1927)

Квантовая механика и случайность в ней.

Тезис Эйнштейна о неполноте квантовой механики как теории:  
по мере развития теории восстановится детерминизм.  
(Бог не играет в кости.) Идея скрытых параметров (переменных).

Возражение Бора: случайность — закон природы.  
(Не учите Бога, что ему делать.)

Теорема Белла (1964) — no hidden variable theory would be able to reproduce all the results of quantum mechanics.

Статья Эйнштейна, Подольского, Розена (1935)  
(мысленный эксперимент с ЭПР-парами).

Анализ статьи и анализ фундаментальных понятий физики.

Приверженцы детерминизма и Копенгагенская школа.

Прозорливость Шрёдингера (1935) — спутанные состояния.

3 / 17

## Нелокальность квантовых взаимодействий

Бом и дискретный (спиновый) вариант ЭПР-пар (1951-1956).

Дихотомные переменные, q-биты. Пример с монеткой.

Эксперименты с парой фильтров (приборов Штерна—Герлаха).

Фотонный вариант с поляризационными фильтрами.

Нелокальность квантовых взаимодействий — наблюдаемый факт!

Иллюстрации (картинки) из статей Нобелевского комитета.

Сопоставление с теорией относительности. Скорость сигнала.

4 / 17

## Неравенства Белла (1964) (математика)

Если случайные величин  $\xi, \eta, \zeta$  по модулю не превосходят единицы, то справедливо следующее неравенство Белла:

$$|E\xi\zeta - E\eta\zeta| \leq 1 - E\xi\eta.$$

Здесь, как это обычно принято в теории вероятностей, символ  $E$  означает математическое ожидание (expectation) соответствующей случайной величины.

Более удобным для физических рассуждений оказалось вытекающее из неравенства Белла следующее неравенство Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта

$$|EX_1Y_1 + EX_1Y_2 + EX_2Y_1 - EX_2Y_2| \leq 2$$

для четырёх случайных величин, по модулю не превосходящих единицы.

Вероятно, это соотношение у физиков больше ассоциируется с понятием неравенства Белла, чем то исходное, которое неравенством Белла называют математики.

5 / 17

## Неравенства Белла (1964) (физика и логика )

Постулаты классики (локальность взаимодействий, скорость сигнала, объективная реальность) и следующие из них соотношения Белла для физических величин предлагаемого Беллом эксперимента.

Абстрактное соотношение и соотношение для физических величин.

В классическом (детерминистическом) расчёте наблюдаемые в эксперименте величины  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  должны удовлетворять неравенству Белла в форме Клаузера–Хорна–Шимони–Хольта (1969),

$$|EX_1Y_1 + EX_1Y_2 + EX_2Y_1 - EX_2Y_2| \leq 2.$$

Заметим, что если случайные величины  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  могут принимать лишь значения  $\pm 1$ , как это будет в эксперименте, то

$$X_1Y_1 + X_1Y_2 + X_2Y_1 - X_2Y_2 = X_1(Y_1 + Y_2) + X_2(Y_1 - Y_2) = \pm 2,$$

В этом случае указанное выше неравенство очевидно, если, конечно, у этих четырёх физических величин есть совместная функция распределения.

6 / 17

## Эксперименты (Клаузер,... Аспэ,... Цайлингер,...)

Первые эксперименты (Клаузер, Фридман 1972).

"Придирки".

Логика и последовательное устранение пробелов.

Эксперименты Аспэ (1976-1982).

Дальнейшее совершенствование эксперимента, развитие, применения.

Цайлингер (1990-2000)

(галактики как датчики случайных чисел), телепортация...

Иллюстрации на сайте Нобелевского комитета (в двух статьях).

7 / 17

## Нобелевская премия (2022)

4 October 2022

The Royal Swedish Academy of Sciences has decided to award the Nobel Prize in Physics 2022 to

Alain Aspect

Institut d'Optique Graduate School – Université Paris- Saclay and École Polytechnique, Palaiseau, France

John F. Clauser

J.F. Clauser & Assoc., Walnut Creek, CA, USA

Anton Zeilinger

University of Vienna, Austria

“for experiments with entangled photons, establishing the violation of Bell inequalities and pioneering quantum information science”

Entangled states – from theory to technology.

Alain Aspect, John Clauser and Anton Zeilinger have each conducted groundbreaking experiments using entangled quantum states, where two particles behave like a single unit even when they are separated. Their results have cleared the way for new technology based upon quantum information.

8 / 17

## Обсуждение идеи скрытых параметров

Мнение фон Неймана (1932). Книга «Математические основы квантовой механики».

Белл (1966) — критический обзор важных работ, содержащих ошибочные доказательства несовместимости любой теории со скрытыми переменными и наблюдаемых фактов квантовой механики. (Замечание о нелокальности квантовых взаимодействий.)

Опровержение идеи скрытых параметров экспериментами.

Сначала всё более совершенные эксперименты с нарушением неравенства Белла (в форме Клаузера–Хорна–Шимони–Хольта).

Потом уже эксперименты даже без неравенства Белла.

Простейший мысленный (и реализуемый) эксперимент с ЭПР-парамии (два прибора Штерна–Герлаха, по три возможные позиции).

Потом уже и нестатистический эксперимент без неравенства Белла.

Нестатистический эксперимент GHZ (Гринбергер–Хорн–Цайлингер) (1990–2000) с тремя частицами в запутанном состоянии.

9 / 17

Кто же прав, Бор или Эйнштейн?

Мнение Дирака (Дирак П.А.М. Воспоминания о необычной эпохе. Сб. статей. М.: Наука, 1990. — 208 с. (с.131) ).

«В соответствии с современной квантовой механикой вероятностная интерпретация, которую отстаивал Бор, правильна. Но у Эйнштейна был всё-таки один козырь. По его словам, добрый Бог не играет в кости. Эйнштейн верил, что физика должна быть причинной по своему характеру. . . . Я не исключаю возможности, что в конце концов может оказаться правильной точка зрения Эйнштейна, потому что современный этап развития квантовой механики нельзя рассматривать как окончательный. . . .

Современная квантовая механика — величайшее достижение, но вряд ли она будет существовать вечно. Мне кажется весьма вероятным, что когда-нибудь в будущем появится улучшенная квантовая механика, в которой будет содержаться возврат к причинности и которая оправдает точку зрения Эйнштейна. Но такой возврат к причинности может стать возможным лишь ценой отказа от какой-нибудь другой фундаментальной идеи, которую сейчас мы безоговорочно принимаем. Если мы собираемся возродить причинность, то нам придётся заплатить за это, и сейчас мы можем лишь гадать, какая идея должна быть принесена в жертву. »

10 / 17

Сцеленные (entangled) состояния квантовых систем

Квантовое состояние, принцип суперпозиции.

Тензорное произведение, разложимые и неразложимые векторы (состояния).

ЭПР-пары и системы q-битов, применения.

Термин спутанные состояния (entangled, Verschränkter) ввёл Шрёдингер (1935).

Now entanglement has become a powerful tool.

Using groundbreaking experiments, Alain Aspect, John Clauser and Anton Zeilinger have demonstrated the potential to investigate and control particles that are in entangled states. What happens to one particle in an entangled pair determines what happens to the other, even if they are really too far apart to affect each other. The laureates' development of experimental tools has laid the foundation for a new era of quantum technology

Квантовые вычисления.

Квантовая теория информации.

Криптография, Телепортация.

11 / 17

## Провидцы ресурсов квантовых вычислений

Фейнман:

R.P.Feynman, Feynman Lectures on Computation. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. The Advanced Book Program, (Lectured 1983), Published 1996.

Манин:

Ю.И.Манин, Вычислимое и невычислимое. М.: Сов. радио, 1980.

Это издание уже библиографическая редкость, но часть книги, содержащая нужный нам сейчас фрагмент, воспроизведена в книге

Ю.И.Манин, Математика как метафора. М.: МЦНМО, 2008. См. там раздел Вычислимость и язык, с. 72, 73.

Весьма рекомендую просмотреть там раздел Математика и физика, а ещё лучше, прочитав всю эту книжку, интересную во многих аспектах.

12 / 17

## О литературе (легко доступные источники)

Пресс релиз Нобелевского комитета

<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/press-release/>

с хорошей пояснительной статьёй и библиографией для специалистов

<https://www.nobelprize.org/uploads/2022/10/advanced-physicsprize2022-2.pdf>

и с короткой пояснительной статьёй для неспециалистов

<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/popular-information/>

Статья Шимони в русском переводе с описанием истории вопроса и логики экспериментов.

Абнер Шимони, Реальность квантового мира. В МИРЕ НАУКИ, 1988, No 3, pp. 22-30.

N.D. Mermin, Quantum mysteries revisited. Am. J. Phys. 58 (8), August 1990. Pp.731-734.

13 / 17

## Общие заключительные замечания

Дискуссия Эйнштейна и Бора, начатая в 1927 году, в частности, работа Эйнштейна, Подольского, Розена 1935 года, и последующие обсуждения оказались весьма плодотворными, заставив физиков проанализировать целый ряд фундаментальных понятий.

Например, что есть объективная реальность (свойство объекта, существующее до всякого измерения), а что возникает в результате самого измерения? Вопрос, тесно связанный с открытием одновременно неизмеримых (не наблюдаемых) характеристик объекта.

Нелокальность квантовых взаимодействий, не наблюдаемая в макромире. Как это соотносится с теорией относительности и ограниченной скоростью передачи сигнала? Что есть информация, и почему даже при наличии этих нелокальных взаимодействий её нельзя передавать со сверхсветовой скоростью?

Что такое привычный нам детерминизм макромира? Фон Нейман предельно ясно показывает, что это всего лишь проявление закона больших чисел. Проверку детерминизма следует проводить на микро объектах, а там, в квантовом мире, детерминизма как раз и нет.

14 / 17

## Замечание о скрытых переменных

Хорошо известно, что гарантированный классической гамильтоновой механикой детерминизм становится неэффективен, когда речь идёт о системах огромного числа частиц, типа молекул газа. Это породило статистическую механику и статистическую физику.

В статистической механике мы вынужденно отказываемся от детального описания системы и переходим к более грубому описанию характеристик поведения системы как целого.

Например, именно так (осреднением по распределению Гиббса) производят то, что называется термодинамизацией гамильтоновой механики. В частности, так можно получить классические газовые законы феноменологической термодинамики.

Возникает естественная аналогия. Может быть квантовая механика тоже получается из некоторой детерминистической теории осреднением по тем самым скрытым от нас переменным (параметрам)?

Эксперименты по проверке нарушения неравенства Белла подтвердили теорему Белла о том, что не может существовать никакой детерминистической теории, которая была бы согласована со всеми наблюдаемыми эффектами квантовой механики.

15 / 17



## Два пояснительных слова и полезная информация

ЭПР-пара и пара ботинок в эксперименте. Левый и правый ботинок пары не то, что зацепленное состояние пары электронов. До измерения электроны, как монетка, не знают, кем будут.

(Пояснение разницы иллюстрацией с сайта Нобелевского комитета.)

Квантовый канал связи Китай — Австрия (Пан — Цайлингер). Китайский спутник квантовой связи, 2016 год.

В чём трудность? Потеря квантовой частицы в кабеле большой длины.

Ретрансляторы — усилители в обычных длинных каналах связи.

А в квантовом мире клонировать нельзя.

Придумали обмен запутанностью. См. иллюстрации Нобелевского комитета.

Лауреаты, их изобретения — двери в квантовые технологии.

Наконец, в качестве информации для сведения: имеется детерминистическая теория Бома, согласованная с квантовой теорией в предположении наличия нелокальных взаимодействий.

Анализ оснований и остальная наука (математика, физика).

16 / 17

## Напутствие Белла

«Если мы говорим не может быть, то, скорее всего, нам просто нехватает воображения.» (J.S. Bell)

БЛАГОДАРИЮ ЗА ВНИМАНИЕ

17 / 17