

## ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Спецкурс программы специалитета, полугодовой: Функционально-дифференциальные и интегродифференциальные уравнения в гильбертовом пространстве и их приложения.
2. Преподаватель: проф. В. В. Власов, доц. Н. А. Раутиан
3. Аннотация курса: Изучаются функционально-дифференциальные, интегродифференциальные и дифференциально-разностные уравнения с операторными коэффициентами в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Рассматриваются результаты о корректной разрешимости начально-краевых задач для указанных уравнений. Проводится спектральный анализ оператор-функций, являющихся символами этих уравнений.
4. Тематическое содержание курса:

Тема 1	Интегрирование вектор-функций со значениями в банаховом и в гильбертовом пространстве. Интеграл Бохнера. Пространства $L_p$ . Пространства Соболева вектор-функций и их свойства.
Тема 2	Преобразование Лапласа и его свойства. Пространства Харди. Теорема Пэли- Винера.
Тема 3	Пространства Соболева вектор-функций и их свойства.
Тема 4	Аналитические вектор-функции и оператор-функции и их свойства.
Тема 5	Полугруппы операторов. $C_0$ – полугруппы и их свойства. Примеры.
Тема 6	Аналитические и сжимающие полугруппы и их свойства. Примеры.
Тема 7	Функционально-дифференциальные уравнения в гильбертовом пространстве. Результаты об их корректной разрешимости в пространствах Соболева вектор-функций.
Тема 8	Интегродифференциальные в гильбертовом пространстве и их символы.
Тема 9	Оценки символов интегродифференциальных уравнений в правой полуплоскости.

Тема 10	Результаты о корректной разрешимости интегродифференциальных уравнений в пространствах вектор-функций.
Тема 11	Спектральный анализ рассматриваемых интегродифференциальных с ядром в виде суммы убывающих экспонент с положительными коэффициентами.
Тема 12	Спектральный анализ интегродифференциальных уравнений с ядрами общего вида.
Тема 13	Базисы в гильбертовом пространстве. Базисы Рисса и их свойства. Теоремы Бари.
Тема 14	Базисы Рисса из подпространств и их свойства.
Тема 15	Дифференциально-разностные уравнения и их характеристические квазимногочлены. Локализация нулей квазимногочленов и их оценки.
Тема 16	Базисность Рисса системы экспоненциальных решений дифференциально-разностных уравнений в пространствах Соболева.

\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).

5. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Сепарабельность пространств  $L_p$ . Теорема о промежуточных производных и теорема о следах.
2. Операционный метод решения дифференциальных уравнений и его обобщения.
3. Определение резольвенты и спектра оператор-функции.
4. Описание генераторов  $C_0$  - полугрупп. Примеры.
5. Описание генераторов сжимающих и аналитических полугрупп. Примеры.
6. Основные идеи доказательств корректной разрешимости функционально-дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве.
7. Примеры интегродифференциальных уравнений, возникающих в приложениях.
8. Оценки резольвенты оператор-функций, являющихся символами интегродифференциальных уравнений.
9. Основные идеи доказательств корректной разрешимости интегродифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве.
10. Результаты о структуре и локализации спектра оператор-функций, являющихся символами интегродифференциальных уравнений.
11. Определение и свойства базисов Рисса. Примеры базисов Рисса из экспонент.

12. Результаты, содержащиеся в монографии [2] о локализации нулей характеристических квазимногочленов дифференциально-разностных уравнений

13. Формулировка результатов о базисности Рисса системы экспоненциальных решений дифференциально-разностных уравнений, полученных в работах [8], [9].

Итоговая аттестация – экзамен.

Текущий контроль успеваемости – коллоквиум, темы для самостоятельного изучения:

- 1) Спектральная теория линейных операторов;
- 2) Операторно-дифференциальные уравнения в гильбертовом пространстве.
- 3) Задачи, приводящие к изучению функционально-дифференциальных и интегродифференциальных уравнений.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Ж. П. Лионс, Э. Мадженес, «Неоднородные граничные задачи и их приложения». М. 1971.
2. Р. Беллман, К. Кук, «Дифференциально-разностные уравнения», М.: Мир, 1967.
3. Дж. Хейл, «Теория функционально-дифференциальных уравнений», М.: Мир, 1984.
4. J. Hale, S. Verduyn Lunel, «Introduction to the theory of functional differential equations», New York: Springer Verlag, 1993
5. Э. Хилле, Р. Филипс, «Функциональный анализ и полугруппы», М.: ИЛ, 1962.
6. К-Ж. Engel, R. Nagel, «One-Parameter Semigroup for Linear Evolution Equations», Springer, 1999.
7. Pruss J., «Evolutionary Integral Equations and Applications», Monographs in Mathematics. 1993, V.87, Birkhauser Verlag. Basel-Boston-Berlin.
8. В. В. Власов, С. А. Иванов, «Точные оценки решений систем уравнений с последействием», Алгебра и Анализ. 2008, Т. 20, №2, С. 43 - 69.
9. В. В. Власов, Д. А. Медведев, Н. А. Раутиан, «Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и их спектральный анализ», Современные проблемы математики и механики. Том VIII. Под редакцией В. А. Садовниченко, М.: Издательство МГУ имени М.В. Ломоносова, 2011, 308с.
10. Э. Санчес. Паленсия, «Неоднородные среды и теория колебаний», М.: Мир, 1984.
11. J. Wu, «Theory and applications of partial functional differential equations», New York: Springer, 1996.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

[www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru), [arXiv.org](http://arXiv.org)

**Программа утверждена на заседании кафедры математического анализа  
Протокол № 6 от 17 декабря 2014 г.**