

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Спецкурс программы специалиста, полугодовой: Спектральный анализ линейных несамосопряженных операторов
2. Преподаватель: проф. В. В. Власов, доц. Н. А. Раутиан
3. Аннотация курса: В рамках спецкурса изучаются спектральные свойства компактных операторов в гильбертовом пространстве. Рассматриваются классы Неймана – Шаттена и приводятся свойства операторов, принадлежащих указанным классам. Исследуются вопросы полноты и базисности корневых векторов упомянутых операторов, изучается поведение их резольвент. Обсуждается теорема о кратной полноте корневых векторов операторного пучка М.В. Келдыша. Приводятся результаты о базисах Рисса и базисах Рисса из подпространств.
4. Тематическое содержание курса:

Тема 1	Проекторы Рисса и их свойства. Полярное представление ограниченных операторов.
Тема 2	Некоторые спектральные свойства компактных операторов.
Тема 3	Теорема о голоморфной оператор-функции и ее следствия.
Тема 4	S – числа компактных операторов и их свойства.
Тема 5	Неравенства для S – чисел суммы и произведения компактных операторов.
Тема 6	Классы Неймана – Шаттена и их свойства.
Тема 7	Ядерные операторы и их свойства.
Тема 8	Признаки ядерности для интегральных операторов и формулы вычисления следа. Теорема В.Б. Лидского.
Тема 9	Операторы Гильберта – Шмидта. Примеры.
Тема 10	Бесконечные определители и связанные с ними аналитические методы.
Тема 11	Характеристический определитель ядерного оператора.

Тема 12	Регуляризованный характеристический определитель для операторов из класса σ_p .
Тема 13	Теоремы о полноте корневых векторов. Общая идея, схема и методы доказательства.
Тема 14	Оценки резольвент для операторов различных классов.
Тема 15	Теоремы о полноте системы корневых векторов слабо возмущенного самосопряженного оператора.
Тема 16	Теорема о кратной полноте корневых векторов операторного пучка М.В. Келдыша.
Тема 17	Базисы гильбертова пространства, эквивалентные ортонормированным (базисы Рисса) и их свойства. Теорема Н.К. Бари.
Тема 18	Базисы из подпространств, базисы Рисса из подпространств. Примеры.

* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).

5. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

- 1) Проекторы Рисса и их свойства. Проектор Рисса на корневое подпространство, отвечающее точке спектра компактного оператора.
- 2) Структура спектра компактного оператора. Описание сужения компактного оператора на корневое подпространство.
- 3) Теорема о голоморфной оператор-функции и ее следствия. Лемма М.В. Келдыша.
- 4) S – числа компактных операторов и их свойства. Теорема Аллахвердиева.
- 5) Классы Неймана – Шаттена и их свойства.
- 6) Ядерные операторы и их свойства. Примеры.
- 7) Понятия матричного и спектрального следа. Теорема В.Б. Лидского.
- 8) Операторы Гильберта – Шмидта. Пример интегрального оператора, являющегося оператором Гильберта – Шмидта.
- 9) Характеристический определитель ядерного оператора и его оценки.
- 10) Регуляризованный характеристический определитель для операторов из класса σ_p и его оценки.
- 11) Оценки резольвент самосопряженного, нормального, слабо возмущенного самосопряженного оператора.
- 12) Схема доказательства полноты корневых векторов оператора. Реализация общей схемы на примере слабо возмущенного самосопряженного оператора.
- 13) Локализация спектра операторного пучка М.В. Келдыша.

- 14) Структура главной части резольвенты пучка Келдыша в окрестности полюса.
- 15) Схема доказательства теоремы об n -полноте корневых векторов пучка Келдыша.
- 16) Базисы гильбертова пространства, эквивалентные ортонормированным (базисы Рисса). Пример базиса, не являющегося базисом Рисса (Пример К.И. Бабенко).

Итоговая аттестация – экзамен.

Текущий контроль успеваемости – коллоквиум, темы для самостоятельного изучения:

- 1) Классы Неймана – Шаттена, свойства операторов из этих классов, регуляризованные характеристические определители этих операторов.
- 2) Базисы Рисса. Теоремы Н.К.Бари и Лорча, посвященные базисам Рисса.
- 3) Оценки резольвент операторов различных классов.

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

- 1) И.Ц. Гохберг, М.Г.Крейн. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов, М, Наука; 1965, 448 с.
- 2) Н.И.Ахиезер, И.М.Глазман. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М., Наука; 1965, 544 с.
- 3) Н.К.Бари. Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве. Уч. Зап. МГУ, 4, вып. 148, 1951, с. 69 – 107.
- 4) Н. Данфорд, Дж. Шварц. Линейные операторы. Общая теория. ИЛ.,М. 1962
- 5) Т.Като. Теория возмущений линейных операторов. М. Мир. 1967.
- 6) В.Б.Лидский. О суммируемости рядов по главным векторам несамосопряженных операторов. Труды ММО, т. 11, 1962 г.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: www.mathnet.ru, arXiv.org

Программа утверждена на заседании кафедры математического анализа

Протокол № 6 от 18 февраля 2019 г.