

ПРОГРАММА КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
I КУРС, ВЕСЕННИЙ СЕМЕСТР 2018 ГОДА
ЛЕКТОР С.В.ШАПОШНИКОВ

- (1) Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства: линейность, формула интегрирования по частям и формула замены переменных. Таблица интегралов элементарных функций. Интегрирование рациональных функций и функций, сводящихся к рациональным.
- (2) \mathbb{R}^n – линейное, евклидово, нормированное и метрическое пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.
- (3) Метрические и нормированные пространства. Предел последовательности. Сходимость последовательностей в \mathbb{R}^n : покоординатная сходимость и теорема Больцано.
- (4) Полные метрические пространства. Полнота \mathbb{R}^n . Эквивалентность норм в \mathbb{R}^n .
- (5) Полнота пространства $B(X)$ ограниченных функций и пространства $C[a, b]$ непрерывных функций.
- (6) Равномерная сходимость. Наметризуемость поточечной сходимости в $C[a, b]$.
- (7) Открытые и замкнутые множества и их свойства. Предельные и граничные точки. Равносильные определения замкнутости. Замкнутость конечномерного подпространства.
- (8) Компакт в метрическом пространстве и его свойства. Критерий компактности в \mathbb{R}^n . Компактность шара и конечномерность пространства.
- (9) Предел функций, отображающих метрическое пространство в метрическое пространство. Равносильность определений Коши и Гейне. Критерий Коши существования предела. Взаимосвязь двойного и повторных пределов для функции двух переменных.
- (10) Непрерывность функций, отображающих метрическое пространство в метрическое или нормированное пространство. Равносильные определения непрерывности. Непрерывность композиции непрерывных функций.
- (11) Глобальные свойства непрерывных функций: прообраз открытого множества является открытым множеством, образ компакта является компактом.
- (12) Теорема Вейерштрасса и эквивалентность норм на конечномерном пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
- (13) Связные и линейно связные пространства. Описание связных множеств на числовой прямой. Теорема о промежуточном значении.
- (14) Непрерывность линейных отображений. Вид линейного отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m .
- (15) Дифференцируемые отображения нормированных пространств. Единственность дифференциала. Непрерывность дифференцируемого отображения.
- (16) Дифференцируемые функции из \mathbb{R}^n в \mathbb{R} . Градиент функции. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости.
- (17) Дифференцируемые отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m и матрица Якоби.
- (18) Основные правила дифференцирования: линейность, правило Лейбница, дифференцирование сложной функции, дифференцирование обратной функции.
- (19) Переформулировка теоремы о дифференцировании сложной функции для функций из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Случай $m = 1$ и инвариантность первого дифференциала. Производная вдоль вектора. Экстремальное свойство градиента функции.
- (20) Теорема о сжимающем отображении.
- (21) Теорема об обратной функции и теорема о неявной функции.
- (22) Гладкие поверхности в \mathbb{R}^n . Касательное пространство.
- (23) Частные производные и дифференциалы высокого порядка. Теорема Юнга и теорема Шварца.
- (24) Формула Тейлора. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

- (25) Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа. Необходимые и достаточные условия локального условного экстремума.
- (26) Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Линейность и монотонность интеграла. Теорема о среднем. Перестановочность равномерного предела и интеграла. Интегрируемость непрерывной функции.
- (27) Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу. Переформулировка критерия Дарбу в терминах колебания функции.
- (28) Интегрируемость монотонных функций и ограниченных функций, имеющих конечное число точек разрыва. Интегрируемость модуля интегрируемой функции.
- (29) Аддитивность интеграла Римана.
- (30) Множества меры ноль по Лебегу и их свойства. Критерий Лебега.
- (31) Интеграл с переменным верхним пределом: непрерывность и дифференцируемость.
- (32) Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
- (33) Формула интегрирования по частям и формула замены переменных. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
- (34) Приложения интеграла Римана: длина пути, площадь под графиком и объем тела вращения.
- (35) Несобственный интеграл Римана.