Программа экзамена по математическому анализу
I курс, весенний семестр 2018 года

(1) Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства: линейность, формула интегрирования по частям и формула замены переменных.
(2) $\mathbb{R}^n$ – линейное, евклидово, нормированное и метрическое пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.
(3) Метрические пространства и нормированные пространства. Предел последовательности. Сходимость последовательностей в $\mathbb{R}^n$: покоординатная сходимость и теорема Больцано. Эквивалентность норм в $\mathbb{R}^n$.
(4) Полные пространства. Полнота $\mathbb{R}^n$ и пространства ограниченных функций.
(5) Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Полнота пространства непрерывных функций $C[a, b]$.
(6) Открытые и замкнутые множества и их свойства. Предельные и граничные точки. Равносильные определения замкнутости.
(7) Компакт в метрическом пространстве его свойства. Компактность бруса в $\mathbb{R}^n$. Критерий компактности в $\mathbb{R}^n$.
(8) Предел функции, отображающей метрическое пространство в метрическое или нормированное пространство. Равносильность определений Коши и Гейне. Критерий Коши существования предела.
(9) Непрерывность функции, отображающей метрическое пространство в метрическое или нормированное пространство. Равносильные определения непрерывности. Непрерывность композиции непрерывных функций.
(10) Глобальные свойства непрерывных функций: прообраз открытого множества является открытым множеством, образ компакта является компактом.
(11) Теорема Вейерштрасса. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
(12) Связные множества в метрическом пространстве. Связность и теорема о промежуточном значении. Связные множества на числовой прямой.
(13) Линейно связные пространства. Линейная связность открытых связных множеств в нормированном пространстве.
(14) Непрерывность линейных отображений. Линейные отображения из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^m$.
(15) Дифференцируемые отображения нормированных пространств. Непрерывность дифференцируемого отображения. Производная вдоль вектора и ее связь с дифференциалом. Единственность дифференциала.
(16) Дифференцируемые функции из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}$. Градиент функции и его свойства. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемые отображения из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^m$ и матрица Якоби.
(17) Основные правила дифференцирования: линейность, правило Лейбница, дифференцирование сложной функции. Инвариантность первого дифференциала. Дифференцирование обратной функции.
(18) Теорема о сжимающем отображении. Теорема об обратной функции.
(19) Теорема о неявной функции. Теорема о функциональной зависимости.
(20) Частные производные и дифференциалы высокого порядка. Теоремы Юнга и Шварца.
(21) Формула Тейлора. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
(22) Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа.
(23) Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Линейность, монотонность, аддитивность интеграла. Теорема о среднем.
(24) Перестановочность равномерного предела и интеграла. Интегрируемость непрерывной функции и интегрируемость монотонной функции.

(25) Дифференцируемость интеграл с переменным верхним пределом от непрерывной функции. Формула Ньютона–Лейбница. Формула интегрирования по частям и формула замены переменных (для интеграла от непрерывной функции).
(26) Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Критерий Дарбу. Переформулировка критерия Дарбу в терминах колебания функции.
(27) Множества меры нуль по Лебегу и их свойства. Критерий Лебега. Интегрируемость композиции интегрируемой функции и непрерывной функции.
(28) Липшицевы функции отображают множества меры нуль в множества меры нуль. Формула замены переменных для интегрируемых функций.
(29) Формула Ньютона–Лейбница для интегрируемой функции. Свойства интеграла с переменным верхним пределом от интегрируемой функции.
(30) Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Лемма Морса.

Лектор, профессор кафедры
математического анализа, д. ф.-м. н. С.В. Шапошников