

## Экзаменационные вопросы по курсу математического анализа.

Мех-мат (отделение математики, 2-ой поток), 2-й курс, 3-й семестр 2018/2019 уч. года.

Лектор – профессор Бадерко Е.А.

1. Числовые ряды и их основные свойства (необходимый признак сходимости, остаток ряда, критерий Коши). Знакоположительные ряды (критерий сходимости, признаки сравнения, предельный признак сравнения).
2. Знакоположительные ряды (признак Даламбера, формулировка признака Гаусса, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).
3. Знакопеременные ряды (абсолютная и условная сходимость, перестановка членов абсолютно сходящегося ряда). Теорема Абеля об умножении двух абсолютно сходящихся рядов.
4. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда.
5. Признаки сходимости Дирихле и Абеля.
6. Функциональные последовательности (поточечная и равномерная сходимости, критерий Коши и специальный критерий равномерной сходимости, признак Дини).
7. Свойства равномерно сходящихся последовательностей (предельный переход, непрерывность предельной функции). Полнота  $C[a,b]$ .
8. Интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей.
9. Функциональные ряды (поточечная и равномерная сходимости, критерий Коши равномерной сходимости, предельный переход, почленное интегрирование и дифференцирование). Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
10. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости ряда.
11. Степенные ряды (первая теорема Абеля, радиус и интервал сходимости).
12. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Сумма и произведение степенных рядов.
13. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
14. Единственность разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложения в ряд Тейлора:  $\exp x$ ;  $\cos x$ ;  $\sin x$ .
15. Разложения в ряд Тейлора:  $(1 + x)^a$ ;  $\ln(1 + x)$ .
16. Непрерывность интеграла, зависящего от трех параметров (в т.ч., от нижнего и верхнего пределов).
17. Семейства функций, зависящих от параметра: равномерная сходимость, критерии Коши и Гейне равномерной сходимости. Предельный переход под знаком интеграла.
18. Дифференцируемость интеграла, зависящего от трех параметров (в т.ч., от нижнего и верхнего пределов). Формула Лейбница.

19. Интегрируемость интеграла, зависящего от параметра.
20. Равномерная сходимость несобственных интегралов: а) с бесконечным промежутком интегрирования; б) от неограниченных функций. Критерии Коши и Гейне. Критерий равномерной сходимости несобственного интеграла от неотрицательной функции.
21. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости несобственных интегралов.
22. Предельный переход в несобственном интеграле. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра.
23. Дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интеграл Дирихле.
24. Интегрируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема об изменении порядка интегрирования в повторных несобственных интегралах. Интеграл Пуассона.
25. Интегралы Эйлера.
26. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами.
27. Ортогональные системы функций. Ортогональность и линейная независимость. Ряд Фурье кусочно-непрерывной функции по ортогональной системе. Теорема о единственности разложения в ряд по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
28. Тригонометрический ряд Фурье. Теорема о достаточных условиях сходимости ряда Фурье в точке.
29. Теорема Фейера.