

Вопросы
ко второму коллоквиуму по математическому анализу
для студентов первого потока
2022-2023 учебный год
Лектор профессор В. В. Власов

- 1) Производная и дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Связь дифференцируемости и непрерывности функции.
- 2) Производная сложной функции, производная обратной функции. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
- 3) Производные элементарных функций. Производная функции, заданной параметрически.
- 4) Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для производной произведения двух функций. Вопрос об инвариантности формы дифференциалов.
- 5) Возрастание и убывание функции в точке. Теорема Ферма. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
- 6) Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши о среднем.
- 7) Следствия из формулы конечных приращений Лагранжа. Возрастание и убывание функций на отрезке.
- 8) Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя. Примеры. Сравнение роста показательной, степенной и логарифмической функции.
- 9) Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Теорема единственности.
- 10) Поведение остаточного члена в форме Лагранжа формулы Тейлора для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh}x$, $\operatorname{ch}x$, $\ln(1+x)$. Иррациональность числа e .
- 11) Ряды Тейлора и Маклорена некоторых элементарных функций. Взаимосвязь элементарных функций. Формула Эйлера.
- 12) Непрерывность и дифференцируемость вектор-функций. Формула Тейлора для вектор-функций.
- 13) Выпуклые функции. Достаточное условие выпуклости. Выпуклость и касательные.
- 14) Точки перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба. Достаточные условия экстремума с использованием производных высших порядков.
- 15) Классические неравенства (Йенсена, Юнга, Гельдера, Минковского, сравнение среднего геометрического со средним арифметическим).
- 16*) Линейные нормированные и метрические пространства (примеры). Принцип сжимающих отображений в полных метрических пространствах.
- 17*) Равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса. Пример Вейерштрасса непрерывной, но нигде не дифференцируемой функции.