

Вопросы
к первому коллоквиуму по математическому анализу
для студентов первого потока
2022-2023 учебный год
Лектор профессор В. В. Власов

- 1) Аксиоматика действительных (вещественных) чисел. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема о существовании точной верхней грани ограниченного сверху числового множества.
- 2) Теорема о системе вложенных отрезков. Теорема о последовательности вложенных стягивающихся отрезков.
- 3) Эквивалентность множеств. Конечные, счетные и несчетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных (вещественных) чисел.
- 4) Неравенство Бернулли и Бином Ньютона. Формула Моргана.
- 5) Предел последовательности. Его единственность. Ограниченность последовательности, имеющей предел.
- 6) Предельный переход и арифметические операции. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
- 7) Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число « ϵ ». Теорема Штольца (без доказательства).
- 8) Подпоследовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
- 9) Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Примеры.
- 10) Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимое условие и критерий Коши сходимости числового ряда.
- 11) Частичные пределы. Критерий частичного предела. Верхний и нижний пределы числовой последовательности.
- 12) Предел функции. Определение предела по Коши и по Гейне. Его единственность. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Эквивалентность определения предела по Коши и по Гейне.
- 13) Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предельный переход и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе зажатой функции. Теорема о пределе сложной функции (замена переменных).
- 14) Критерий Коши существования предела функции. Примеры применения.
- 15) Первый и второй замечательные пределы.
- 16) Односторонние пределы. Пределы монотонной функции.
- 17) Непрерывность функции в точке. Арифметические операции с непрерывными функциями.
- 18) Классификация точек разрыва. Примеры. Точки разрыва монотонной функции, их характер и мощность множества точек разрыва.
- 19) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
- 20) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Модуль непрерывности и его свойства.
- 21) Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема Больцано – Коши. Критерий непрерывности монотонной функции.
- 22) Определение, существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
- 23) O - символика. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных.
- 24) Принцип Бореля-Лебега (о конечном подпокрытии) и принцип Больцано-Вейерштрасса (о существовании предельной точки для любого ограниченного бесконечного множества).