

Вопросы для экзамена по спецкурсу

Анализ и алгебра в теории бесконечно малых изгибаний

поверхностей и многогранников

(осенний семестр, 2022/23 учебный год)

- 1) Два определения б.м. изгибаний как поля начальных скоростей гладкого изгибания и как поля деформации, изменяющей длины кривых на поверхности на бесконечно малые более высокого порядка по сравнению с изменениями длин хорд. Тривиальные и нетривиальные б.м. изгибания. Понятия жесткости и нежесткости поверхности.
- 2) Основное уравнение для векторного поля б.м. изгибаний. Представление поля деформаций через поле вращений. Существование и единственность поля вращений.
- 3) Поле начальных скоростей при движении. Представление начальной скорости поступательного движения как постоянного вектора. Представление вращения как действия ортогональной матрицы и нахождение его начальной скорости как косоугольной матрицы. Связь этого представления с полем вращения при тривиальном б.м. изгибании.
- 4) Необходимое и достаточное условие тривиальности б.м. изгибания через его поле вращения.
- 5) Система уравнений 1-го порядка для поля вращений при общем параметрическом задании поверхности.
- 6) Система уравнений 1-го порядка для поля б.м. изгибаний при задании поверхности в явном виде. Уравнение 2-го порядка в этом случае и пример его применения для получения теоремы о жесткости некоторых классов поверхностей.
- 7) Поверхности, получаемые с использованием полей деформации и вращения. Построение на их основе новых поверхностей. Поверхности Дарбу и венки Дарбу. Радиус-векторы поверхностей Дарбу. Применение диаграммы вращений для доказательства жесткости овалоида.
- 8) Аффинная и проективная инвариантность свойств нежесткости и жесткости поверхности.
- 9) Теорема Бляшке о жесткости замкнутой выпуклой поверхности.
- 10) Бесконечно малые изгибания многогранников. Определения и уравнения.
- 11) Теорема о возможности закрепления одной произвольной треугольной грани многогранника за счет добавления тривиального б.м. изгибания.
- 12) Доказательство жесткости выпуклых многогранников с использованием теоремы Коши.
- 13) Б.м. изгибания высших порядков. Классическое и современное определение жесткости порядка (k, n) . Признаки неизгибаемости поверхности в классе аналитических по параметру деформаций с использованием жесткости порядка $(1, m)$.
- 14) Поверхности вращения. Полюса, меридианы, параллели. Уравнение поверхности вращения с известным меридианом. Уравнение поверхностей вращения второго порядка. Уравнение кругового тора.
- 15) Уравнения б.м. изгибаний поверхности вращения. Гармоники поля б.м. изгибаний.
- 16) Уравнение 2-го порядка для n -й гармоники и жесткость выпуклой поверхности вращения.

Литература

Научно-популярное изложение для общего понимания задач теории изгибаний

И.Х. Сабитов, Изгибания поверхностей и многогранников // Математическое просвещение (2022), вып. 29, С. 117-144.

Для более глубокого изучения темы «Изгибания и бесконечно малые изгибания поверхностей» учебное пособие

С.Б. Климентов. Введение в теорию изгибаний. Двумерные поверхности в трехмерном евклидовом пространстве // Ростов-на-Дону, 2014. .