

Коллоквиум № 3.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

1. Предел функции и его свойства. Бесконечно большие и бесконечно малые функция, их свойства.
2. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций.
3. Непрерывные функции, их свойства. Два определения непрерывности. Классификация точек разрыва. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.
4. Понятие производной. Механическая и геометрическая интерпретации производной.
5. Понятие дифференцируемой функции и её дифференциала. Доказать, что необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции одного переменного является существование производной. Зависимость между существованием производной (дифференцируемостью) и непрерывностью.
6. Производная сложной функции.
7. Дифференциал независимой переменной x , Представление дифференциала в виде $dy = y' dx$, инвариантность этого выражении.
8. Понятие обратной функции. Теорема о производной обратной функции.
9. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциал второго порядка. Его неинвариантность.
10. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).
11. Теоремы Ролля и Лагранжа. Условие строгой монотонности функция на отрезке.
12. Первое достаточное условие экстремума (по первой производной).
13. Теорема Коши и правило Лопиталя раскрытия неопределённостей типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$ (первую теорему доказать, для остальных привести формулировки).
14. Многочлен Тейлора и формула Тейлора. Разложения элементарных функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ по степеням x .
15. Второе достаточное условие экстремума (по второй производной).
16. Достаточные условия выпуклости вверх и выпуклости вниз графика функции. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба дважды дифференцируемой функции. Достаточное условие перегиба.