О многоугольниках с данным набором длин сторон

Объясняю более подробно, почему многоугольники с данным набором длин сторон, но с разным их распределением по номерам сторон, вписываются в окружность с одним и тем же радиусом.

Считаем известным, что среди многоугольников с данными длинами сторон наибольшую площадь имеют многоугольники, вписанные в окружность. Пусть есть набор n положительных чисел l_1, l_2, …,l_n, которые могут быть длинами сторон некоторого n-угольника (условие для возможности этого нам известно). Пусть эти числа оказались длинами сторон двух n-угольников с разным распределением их по номерам сторон (например, в первом многоугольнике числа l_1, l_2 и l_3 являются длинами трех последовательно расположенных сторон, а в другом n-угольники эти числа относятся к длинам трех случайным образом расположенных сторон). Утверждается, что если эти многоугольники вписаны в окружности, то эти окружности имеют один и то же радиус. Докажем это

Мы знаем, что наибольшую площадь среди многоугольников с данными длинами сторон имеют те многоугольники, которые вписаны в некоторую окружность. Пусть P_1 и P_2 - два n-угольника, вписанные каждый в свою окружность C_1 и C_2 соответственно радиусов R_1 и R_2, и имеющие одинаковый набор длин сторон, распределенных, однако, в каждом из них по сторонам в произвольном порядке. Нарисуем эти многоугольники, но пока без окружностей, в которые они вписаны. Потом нарисуем круг с окружностью C_1 и выделим круговые сегменты, отсекаемы сторонами многоугольника P_1. Пусть p_i – такой круговой сегмент, отсекаемый стороной с длиной l_i и с круговой дугой длины s_i. Суммарная длина этих дуг равна длине всей окружности C_1, т.е. $2\pi R_1$. Обозначим площадь каждого сегмента как T_i. Теперь возьмем каждый сегмент как плоскую область и переносом «пристроим» его к соответствующей по длине стороне второго многоугольника P_2. Получится фигура F_2 с границей той же длины, что у окружности C_1. Значит, площадь фигуры F_2 меньше πR_1^2. Она состоит из площади S_2 многоугольника P_2 и суммы площадей T_i, а площадь ограниченная окружностью C_1, равна S_{1_1} и суммы тех же площадей T_i. Следовательно, $S_1>.S_2$. Повторяя это построение отправляясь с вписанного в окружность C_2 многоугольника P_2, получим противоположное неравенство $S_2>S_1$. Это означает. Что $R_1=R_2$.