

Экзаменационные вопросы
по курсу математического анализа в I семестре
для 1 потока 1 курса механико-математического факультета
МГУ в 2019/20 уч. г. Лектор — профессор Т.П. Лукашенко

1. Множества, операции над ними и их свойства. Законы Моргана. Декартово произведение. Отношения.
2. Аксиомы Пеано натуральных чисел, их упорядочивание, аксиома индукции и существование наименьшего элемента в подмножествах. Операции над натуральными числами. Целые и рациональные числа.
3. Аксиоматика действительных чисел. Бесконечные десятичные дроби как модель действительных чисел.
4. Принципы полноты действительных чисел. Их эквивалентность.
5. Эквивалентные множества. Счётные множества и их свойства. Несчётные множества.
6. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
7. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Эквивалентные условия замкнутости множества.
8. Теоремы о конечных подпокрытиях и теорема о существовании предельной точки.
9. Предел последовательности и его свойства. Независимость предела от сдвигов последовательности и изменения конечного числа её членов.
10. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Предел суммы, разности, произведения, частного.
11. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о зажатой последовательности.
12. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число "e".
13. Критерий Коши сходимости последовательности. Расширенная числовая прямая и сходимость к $\pm\infty$.
14. Бесконечные числовые ряды, критерий Коши сходимости, необходимое условие сходимости.
15. Частичные пределы последовательности, их свойства. Верхний и нижний пределы последовательности.
16. Два определения предела функции, их эквивалентность.
17. Свойства предела функции. Бесконечно малые и их свойства.
18. Предел суммы, разности, произведения, частного функций. Переход к пределу в неравенствах и теорема о зажатой функции.
19. Критерий Коши существования предела функции. Односторонние пределы и их свойства.
20. Непрерывность функции в точке, её свойства.
21. Точки разрыва и их классификация. Примеры точек разрыва.
22. Предел функции по базе и его свойства.
23. Бесконечно малые по базе и их свойства. Предел по базе суммы, разности, произведения, частного функций.
24. Переход к пределу по базе в неравенствах и теорема о зажатой функции. Критерий Коши существования предела по базе.
25. Непрерывные на отрезке функции и их свойства (теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора).
26. Теорема об обратной функции. Построение показательной функции и логарифма.
27. Функции тригонометрические и обратные к ним, гиперболические и обратные к ним. Элементарные функции, их свойства.
28. Замечательные пределы.
29. Производная, касательная, дифференциал и их связи.
30. Вычисления производных суммы, разности, произведения, частного, сложной функции, обратной функции, параметрической функции.
31. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков.
32. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и Бонне.
33. Следствия теоремы Лагранжа. Свойства производной.
34. Правила Лопиталья для неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ .
35. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена.
36. Ряды Тейлора. Разложения некоторых элементарных функций.
37. Достаточные условия локального экстремума.
38. Выпуклость, точки перегиба. Свойства выпуклых функций.
39. Неравенство Иенсена и следствия из него.
40. Условия выпуклости и перегиба.

Лектор профессор

Т.П.Лукашенко

Зав. кафедрой математического анализа
академик РАН

В.А.Садовничий