**Краткие экзаменационные вопросы
по курсу математического анализа
во II семестре для 1 потока 1 курса
механико-математического ф-та МГУ
в 2019/20 уч. г. Лектор — проф. Т.П. Лукашенко**

Вопросы про интегралы

1. Определённый интеграл Римана. Интеграл Римана как предел по базе.
2. Интеграл Курцвейля–Хенстока. Лемма о существовании отмеченного разбиения для любого масштаба.
3. Простейшие свойства интеграла Римана как предела по базе.
4. Простейшие свойства интеграла Курцвейля–Хенстока как предела по базе.
5. Критерий Коши интегрируемости для интеграла Римана.
6. Критерий Коши интегрируемости для интеграла Курцвейля–Хенстока.
7. Интегрируемость на подотрезках для интеграла Римана.
8. Интегрируемость на подотрезках для интеграла Курцвейля–Хенстока.
9. Ограниченность функции – необходимое условие интегрируемости по Риману.
10. Аддитивность интеграла Римана по отрезкам.
11. Аддитивность интеграла Курцвейля–Хенстока по отрезкам.
12. Интегрируемость по Курцвейлю–Хенстоку функции на отрезке $[a, b]$, равной производной на интервале (a, b) непрерывной на $[a, b]$ функции,
13. Формула Ньютона–Лейбница и следствия из неё.
14. Верхняя мера Лебега и её свойства.
15. Множества меры нуль по Лебегу и их свойства.
16. Интегрируемость ограниченных и почти всюду непрерывных функций по Риману.
17. Непрерывность почти всюду функций, интегрируемых по Риману.
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману и следующие из него дополнительные свойства интеграла Римана.
19. Интеграл с переменным верхним пределом. Принадлежность классу Липшица при условии ограниченности.
20. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.в точке.
21. Существование точных первообразных непрерывных функций.
22. Существование обобщенных первообразных ограниченных непрерывных, за исключением конечного числа точек, функций.
23. Определённый интеграл Римана–Стилтьеса. Интеграл Римана–Стилтьеса как предел по базе.
24. Определённый интеграл Курцвейля–Хенстока–Стилтьеса. Интеграл Курцвейля–Хенстока–Стилтьеса как предел по базе.
25. Простейшие свойства интегралов Римана–Стилтьеса и Курцвейля–Хенстока–Стилтьеса.
26. Критерий Коши интегрируемости по Риману–Стилтьесу.
27. Критерий Коши интегрируемости по Курцвейлю–Хенстоку–Стилтьесу.
28. Интегрируемость по Риману–Стилтьесу на подотрезках.
29. Интегрируемость по Курцвейлю–Хенстоку–Стилтьесу на подотрезках.

30. Пример неаддитивности интеграла Римана–Стилтьеса по отрезкам.
31. Аддитивность интеграла Курцвейля–Хенстока–Стилтьеса по отрезкам.
32. Функции ограниченной вариации.
33. Свойства функций ограниченной вариации.
34 Функции ограниченной вариации как разность неубывающих функций.
35. Интегрируемость в смысле Римана–Стилтьеса непрерывных функций по функциям ограниченной вариации.
36. Интегрирование по частям в интеграле Римана–Стилтьеса.
37. Сведение интеграла Римана–Стилтьеса к интегралу Римана.
38. Интегрирование по частям для интеграла Римана.
39. Замена переменной в интегралах.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
41. Первая теорема о среднем для интеграла Римана и следствие из нее.
42. Первая теорема о среднем для интеграла Римана–Стилтьеса и следствие из нее.
43. Вторая теорема о среднем для интеграла Римана.
44. Вторая теорема о среднем для интеграла Римана–Стилтьеса.
45. Несобственные интегралы.
46. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
47. Абсолютная и условная сходимости несобственных интегралов.
48. Признаки сходимости сравнения несобственных интегралов.
49. Признак сходимости Абеля.
50. Признак сходимости Дирихле.

Вопросы про функции многих переменных

51. Метрическое пространство. Нормированные пространство.
52. Пространство $\mathbb{R}^n$, норма и метрика в нём.
53. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
54. Свойства открытых и замкнутых множеств в метрических пространствах.
55. Компакты и их свойства.
56. Критерий компактности в $\mathbb{R}^n$.
57. Теорема Больцано–Вейерштрасса о существовании предельной точки.
58. Последовательности в метрических, нормированных пространствах и в $\mathbb{R}^n$, их пределы.
59. Простейшие свойства предела последовательности в метрических пространствах.
60. Бесконечно малые последовательности в нормированных пространствах и их свойства.
61. Свойства пределов последовательностей в нормированных пространствах и в $\mathbb{R}^n$.
62. Полные метрические пространства. Полнота $\mathbb{R}^n$.
63. Предел функции по Коши. Предел функции по Гейне.
64. Из выполнения определения по Коши следует выполнение определения по Гейне.
65. Еcди не выполняется определение по Коши, то не выполняется определение по Гейне. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне.
66. Свойства предела функции из метрического пространства в метрическое пространство.

67. Бесконечно малые функции из метрического пространства в нормированное.
68. Свойства бесконечно малых функций из метрического пространства в нормированное.
69. Свойства пределов функций из метрического пространства в нормированное.
70. Покоординатный переход к пределу для функций их метрического пространства в $\mathbb{R}^n$.
71. Критерий Коши существования предела функции в точке.
72. Непрерывные функции в точке по Коши. Разрывные функции в точке (по Коши).
73. Непрерывные функции в точке по Гейне.
74. Эквивалентность определений непрерывности в точке по Коши и по Гейге.
75. Теорема о непрерывности композиции функций.
76. Свойства непрерывных в точке функций из метрического пространства в нормированное пространство.
77. Непрерывные на множестве функции. Критерий непрерывности отображения метрического пространства в метрическое пространство.
78. Компактность образа компакта при непрерывном отображении.
79. Теоремы Вейерштрасса о свойствах непрерывных функций на компактах.
80. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции на компакте.
81. Связные множества в метрических пространствах.
82. Критерий связности. Критерий несвязности.
83. Связные множества в $\mathbb{R}$. Теорема о промежуточных значениях.
84. Дифференцируемость функции нескольких переменных в точке.
85. Дифференциал. Частные производные.
86. Достаточное условие дифференцируемости.
87. Геометрический смысл дифференцируемости функций нескольких переменных.
88. Производная по направлению. Градиент.
89. Правила дифференцирования.
90. Дифференцирование сложной фугкции.
91. Частные производные высших порядков.
92. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных.
93. Теорема Юнга о равенстве смешанных производных.
94. Дифференциалы высших порядков.
95. Формула Тейлора функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа.
96. Формула Тейлора функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Пеано.
97. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия его существования.
98. Достаточные условия существования локального экстремума функции нескольких переменных.
99. Теорема о существовании неявной функции.
100. Дифференцируемость неявной функции.

Лектор профессор Т.П.Лукашенко