МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
СПИСОК ЗАДАЧ Л1-5

Решения принимаются до 06 мая 2016 года

1. Докажите, что если f является непрерывным отображением взаимнооднозначным отображением компактного метрического пространства на компактное метрическое пространство, то обратное отображение также непрерывно.

2. Существует ли непрерывное взаимно-однозначное отображение отрезка на квадрат?

3. Существует ли непрерывное взаимно-однозначное отображение отображение окружности на круг?

4. Существует ли непрерывное отображение метрического пространства (M, ρ) в метрическое пространство (M', ρ'), которое можно сделать разрывным изменением метрики ρ (при сохранении ρ') и изменением метрики ρ' (при сохранении ρ).

5. Существует ли не являющееся непрерывным отображение метрического пространства (M, ρ) в метрическое пространство (M', ρ'), которое можно сделать непрерывным изменением метрики ρ (при сохранении ρ') и изменением метрики ρ' (при сохранении ρ).

6. Назовем отображение f метрического пространства в себя слабо сжимающим, если для любых двух различных точек метрического пространства x, y выполняется неравенство $\rho(f(x), f(y)) < \rho(x, y)$. Верно ли, что всякое слабо сжимающее отображение в случае полноты пространства обязательно имеет неподвижную точку?

7. Существует ли определенная в окрестности начала координат функция трех двух переменных $f(x, y)$ для которой при $x \to 0$ и $y \to 0$ оба повторных предела и двойной предел являются дейтсвительными числами, и при этом все эти три числа попарно различны?

8. Функция $f(x, y)$ определена на всей плоскости и непрерывна вдоль любой прямой. Верно ли, что $f(x, y)$ является непрерывной на всей плоскости?

9. Функция $f(x, y)$ непрерывна по каждой из переменных (при каждом фиксированном значении другой переменной). Верно ли, что $f(x, y)$ непрерывна как функция двух переменых хотя бы в одной точке плоскости?

10. Всякую ли функцию двух переменных (определенную на всей плоскости) можно представит ьв виде $h(\varphi(x) + \psi(y))$, где f, φ, ψ — функции одной переменной?

11. Всякую ли функцию двух переменных, непрерывную на всей плоскости, можно представить в виде $h(\varphi(x) + \psi(y))$, где f, φ, ψ — непрерывные функции одной переменной?

12. Существует ли функция двух переменных $f(x, y)$, у которой в каждой точке плоскости существуют обе частные производные, но при этом сама функция не является дифференцируемой ни в одной точке?

13. Существует ли функция двух переменных $f(x, y)$, у которой в каждой точке плоскости существуют обе частные производные, но при этом сама функция не является непрерывной ни в одной точке?