

Программа коллоквиума по математическому анализу.
1 семестр 2018 – 19 учебного года
Лектор – профессор В. Е. Подольский.

1. Множества, основные операции на множествах и их свойства.
2. Отображения, их классификация. Обратное отображение.
3. Аксиоматика Пеано натурального ряда. Конечные множества. Сумма и произведение натуральных чисел.
4. Отношение порядка. Порядок на \mathbb{N} . Целые числа.
5. Рациональные числа, их свойства. Аксиома Архимеда.
6. Действительные числа. Модели множества действительных чисел, полнота модели бесконечных десятичных дробей.
7. Ограниченные множества в \mathbb{R} . Существование точных граней у ограниченных множеств.
8. Теорема о последовательности вложенных отрезков.
9. Отношение эквивалентности. Равномощные множества, равномощность как отношение эквивалентности, сравнение мощностей множеств как отношение порядка (без док-ва).
10. Счётные множества, теорема о мощности не более чем счётного объединения не более чем счётных множеств. Примеры.
11. Несчётность отрезка $[0, 1]$. Свойства бесконечных множеств. Примеры.
12. Внутренность, внешность подмножеств \mathbb{R} . Граница множеств. Открытые и замкнутые множества.
13. Теорема о конечных и бесконечных пересечениях и объединениях открытых и замкнутых множеств.
14. Предельные точки, точки прикосновения, изолированные, их свойства.
15. Критерии замкнутости множества.
16. Существование максимального (минимального) элемента у замкнутых ограниченных сверху (снизу) подмножеств \mathbb{R} .
17. Компактные множества. Лемма Гейне-Бореля.
18. Критерий компактности. Существование предельной точки у бесконечного ограниченного множества.
19. Последовательности действительных чисел, подпоследовательности. Основные типы последовательностей.
20. Сходящиеся последовательности, их основные свойства.
21. Существование сходящейся подпоследовательности у ограниченной последовательности.
22. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. O -символика.
23. Теорема о сумме, произведении и отношении сходящихся последовательностей.
24. Критерий Коши сходимости последовательности. Примеры.
25. Теоремы о предельном переходе в неравенствах.
26. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности.
27. Бином Ньютона.
28. Неравенство Бернулли.
29. Число "e".

30. Частичные пределы последовательности, замкнутость множества частичных пределов последовательности.
31. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности, их свойства.