

Программа экзамена по математическому анализу,

3 семестр 2019 – 2020 учебный год.

Лектор – профессор В. Е. Подольский.

1. Числовые ряды. Сходимость, критерий Коши, необходимый признак сходимости. Простейшие свойства сходящихся рядов. Признаки сравнения для знакопостоянных рядов. Примеры.
2. Признаки д'Аламбера и Коши для знакопостоянных рядов. Интегральный признак Коши. Схема Куммера. Примеры. Признак Гаусса.
3. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Независимость сходимости абсолютно сходящегося ряда от перестановки его членов. Произведение абсолютно сходящихся рядов.
4. Признаки Абеля, Дирихле и Лейбница сходимости числовых рядов.
5. Теорема Римана о перестановках в условно сходящихся рядах.
6. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей. Два критерия равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости последовательностей.
7. Теоремы о непрерывности предела последовательности, о почленной интегрируемости и дифференцируемости последовательностей.
8. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
9. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов. Теоремы о непрерывности суммы ряда, о почленной интегрируемости и дифференцируемости рядов.
10. Степенные ряды, множество их сходимости. Формула Коши-Адамара. Основные свойства степенных рядов. Ряды Тейлора.
11. 2-я теорема Абеля. Теорема Таубера.
12. Тауберова теорема Харди и Литтлвуда.
13. Тауберова теорема Литтлвуда.
14. Бесконечные произведения. Необходимый признак сходимости. Связь со сходимостью подходящего ряда. Достаточный признак сходимости.
15. Разложение $\sin x$ в бесконечное произведение. Формула Валлиса.
16. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Основные свойства несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сравнения.
17. Признаки Абеля и Дирихле. Главное значение несобственных интегралов в смысле Коши.

18. Функции ограниченной вариации и их основные свойства. Представление в виде разности монотонных. Формула для вариации непрерывно дифференцируемой на отрезке функции.
19. Интеграл Римана – Стильеса и его основные свойства. Формула интегрирования по частям. Интегрируемость в смысле Стильеса непрерывной функции по функции ограниченной вариации.
20. Классы функций Гёльдера и Липшица. Ограниченность вариации липшицевых функций. Связь интегралов Римана и Римана – Стильеса. Первая и вторая теоремы о среднем для интегралов Римана – Стильеса.
21. Кратные несобственные интегралы. Критерий несобственной интегрируемости неотрицательной функции. Признак сравнения.
22. Эквивалентность сходимости несобственного интеграла от функции и от её модуля.
23. Собственные интегралы с параметром. Их непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру.
24. Несобственные интегралы с параметром. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
25. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов. Непрерывность несобственного интеграла как функции параметра, интегрирование и дифференцирование по параметру.
26. Интегрирование несобственных интегралов по параметру в бесконечных пределах.
27. Вычисление интеграла Дирихле.
28. Гамма-функция. Представление в виде бесконечного произведения. Основное функциональное равенство. Интегральное представление.
29. Формула дополнения для гамма-функции. Интеграл Эйлера-Пуассона.
30. Бета-функция, её свойства и связь с гамма-функцией.
31. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении многочленами непрерывной функции на отрезке.
32. Асимптотические последовательности, асимптотические разложения. Метод Лапласа исследования асимптотического поведения некоторых интегралов. Случаи граничного и внутреннего максимумов.
33. Формула Стирлинга.
34. Быстро осциллирующие интегралы.
35. Метод суммирования Эйлера-Маклорена. Примеры.