Программа экзамена по математическому анализу.

2 семестр 2018 – 19 учебного года

Лектор – профессор В. Е. Подольский.

1. Первообразные и неопределённый интеграл, их свойства. Замена переменных в неопределённом интеграле. Формула интегрирования по частям.
2. Таблица основных первообразных. Интегрирование рациональных дробей. Метод Остроградского.
3. Интеграл Римана. Ограниченность интегрируемых по Риману функций. Суммы Дарбу и их основные свойства.
4. Критерий Дарбу интегрируемости функции по Риману. Основные классы интегрируемых по Риману функций.
5. Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подотрезках, аддитивность, линейность, интегрируемость произведения и частного функций, интегрируемость модуля интегрируемой функции, интегрирование неравенств.
6. Первая теорема о среднем. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
7. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле Римана. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
8. Спрямляемые кривые. Спрямляемость гладкой кривой и формула для её длины.
9. Квадрируемые фигуры. Критерии квадрируемости. Квадрируемость простой спрямляемой кривой. Квадрируемость криволинейной трапеции.
10. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Признак сравнения.
11. $\mathbf{R}^n$. Множества в $\mathbf{R}^n$. Последовательности в $\mathbf{R}^n$. Компакты, секвенциальные компакты, связь между ними.
12. Расстояние между множествами, свойства расстояния до замкнутого множества. Линейно связные множества, области в $\mathbf{R}^n$.
13. Функции в $\mathbf{R}^n$, предел функции, его основные свойства. Повторные пределы, связь с пределом функции. Непрерывные функции, их локальные свойства.

14. Свойства непрерывных на компакте функций. Функции, непрерывные на линейно связных множествах.
15. Частные производные функций. Дифференцируемые функции, их свойства. Первый дифференциал, его инвариантность. Геометрический смысл первого дифференциала. Производные по направлению, градиент.
16. Достаточное условие дифференцируемости функции. Старшие производные. Достаточное условие равенства смешанных производных.
17. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членов в форме Лагранжа и в форме Пеано. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
18. Теоремы о неявно заданной функции и неявном отображении. Существование обратного отображения.
19. Зависимость функций. Необходимые и достаточные условия зависимости и независимости системы функций.
20. Необходимые и достаточные условия существования условного экстремума.
21. Определение и свойства кратного интеграла на прямоугольном параллелепипеде.
22. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
23. Интеграл по замкнутой ограниченной области. Геометрический смысл интеграла от $f \equiv 1$. Повторные интегралы. Равенство кратного и повторного интеграла.
24. Определение интеграла через общее разбиение области. Эквивалентность определений кратного интеграла.
25. Некоторые свойства гладких отображений.
26. Вычисление объёма при гладких отображениях.
27. Замена переменных в кратном интеграле.