МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Специальность: математика 010101

Квалификация (степень) выпускника: специалист

Форма обучения: очная, дневная

Авторы: проф. В.В. Власов, доц. Н.А.Раутиан

Москва
2018

I. Название дисциплины: Математический анализ

II. Цели и задачи дисциплины:

А. Цели дисциплины:

Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Б. Задачи дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1. знать основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.
2. уметь доказывать утверждения математического анализа, решать задачи математического анализа, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

III. Место дисциплины / практики в структуре ООП:

А. Информация о месте дисциплины в учебном плане: Дисциплина «Математический анализ» включена в базовую часть профессионального цикла, является базовой дисциплиной в освоении математических знаний. Освоение математического анализа необходимо для изучения всех дисциплин высшей математики и механики

- 1, 2 курс;
- 1 – 4 семестр.

Б. Перечень дисциплин, которые должны быть освоены для начала освоения и параллельно данной дисциплине: Аналитическая геометрия, линейная алгебра.

В. Формы промежуточной аттестации: зачет и экзамен в каждом семестре.

IV. Формы проведения занятий:

- форма занятий с указанием суммарной трудоемкости по каждой форме:
  аудиторная работа, лекции – 280 часов;
  аудиторная работа, семинары – 280 часов;
  самостоятельная работа – 556 часов; (*см. учебный план*)
- формы текущего контроля: домашние задания, контрольные работы, коллоквиумы.

V. Распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации

ПО НЕДЕЛЯМ :

№ п/п	**Наименование разделов и тем дисциплины**	**Трудоемкость (в ак. часах) по формам занятий**			**Формы контроля**
		Аудиторная работа (с разбивкой по формам и видам)		*Самостоятельная работа*	
		Лекции	*Семинары*		
1	Тема 1. Множества и операции над ними.	12		12	Домашнее задание

2	Тема 2. Эскизы графиков функций.		14	14	Контрольная работа №1.1
3	Тема 3. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Предел последовательности и его свойства. Числовые ряды. Два определения предела функции, их эквивалентность. Свойства предела функции.	24	10	34	Домашнее задание Коллоквиум №1
4	Тема 4. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства; теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора.	8	16	24	Домашнее задание Контрольная работа №1.2
5	Тема 5. Производная, касательная, дифференциал их связи. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена. Ряды Тейлора.	8	12	20	Домашнее задание Контрольная работа №1.3
6	Тема 6. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость, точки перегиба.	12	10	22	Домашнее задание Контрольная работа №1.4
7	Тема 7. Первообразная и обобщенная первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.	8	14	22	Домашнее задание Контрольная работа №2.1
8	Тема 8. Определенный интеграл Римана и его свойства.	6	10	16	Домашнее задание
9	Тема 9. Мера Лебега и ее свойства. Множества меры нуль по Лебегу. Интегрируемость ограниченных и непрерывных почти всюду функций по Риману.	4		4	Домашнее задание

10	Тема 10. Интеграл с переменным верхним пределом Дифференцируемость в точке. Существование первообразных.	12		12	Домашнее задание
11	Тема 11. Интеграл Римана-Стилтьеса.	16	10	26	Домашнее задание Коллоквиум №2
12	Тема 12. Несобственные интегралы. Признаки сходимости Дирихле и Абеля.	4	12	16	Домашнее задание
13	Тема 13. Приложения определённого интеграла.		12	12	Домашнее задание Контрольная работа №2.2
14	Тема 14. Полные и неполные линейные нормированные пространства. Примеры.	4		4	Домашнее задание
15	Тема 15. Предел функции и его свойства в линейных нормированных пространствах. Непрерывные функции и их свойства в линейных нормированных пространствах.	6		6	Домашнее задание
16	Тема 16. Дифференцируемость отображений в линейных нормированных пространствах. Дифференцируемость функций нескольких переменных.	6	8	14	Домашнее задание
17	Тема 17. Формула Тейлора функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, Пеано. Локальный	6	8	14	Домашнее задание Контрольная работа №2.3

	экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум.				
18	Тема 18. Числовые ряды.	8	18	22	Домашнее задание
19	Тема 19. Бесконечные произведения.	6	8	14	Домашнее задание Контрольная работа №3.1
20	Тема 20. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.	12	16	28	Домашнее задание Коллоквиум №3
21	Тема 21. Степенные ряды на комплексной плоскости.	4	8	12	Домашнее задание
22	Тема 22. Функции, зависящие от параметра.	6		6	Домашнее задание
23	Тема 23. Собственные и несобственные интегралы с параметром и их свойства. Равномерная сходимость. Основные теоремы о равномерной сходимости. Гамма и Бета функции Эйлера и их свойства.	10	24	38	Домашнее задание Контрольная работа №3.2
24	Тема 24. Пространства со скалярным произведением. Ортогональные системы.	6		6	Домашнее задание
25	Тема 25. Гильбертовы пространства функций, интегрируемых с квадратом на отрезке и на всей прямой.	8		8	Домашнее задание
26	Тема 26. Свертка и ее свойства на R и в периодическом случае.	4		4	Домашнее задание
27	Тема 27. Тригонометрические ряды Фурье и их свойства.	8	10	22	Домашнее задание Контрольная работа №3.3

28	Тема 28. Кратный интеграл Римана. Несобственный кратный интеграл.	30	24	54	Домашнее задание Контрольная работа №4.1 Коллоквиум
29	Тема 29. Криволинейные интегралы I и II рода. Векторные поля.	22	26	44	Домашнее задание Контрольная работа №4.2
30	Тема 30. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса. Общая теорема Стокса	20	10	26	Домашнее задание
	Итого:	280	280	556	

VI. Содержание дисциплины - аудиторная и самостоятельная работа:

Тема 1.
Заголовок. Множества и операции над ними.
Содержание. *Множества и операции над ними. Свойства операций над множествами. Законы Моргана. Декартово произведение множеств и его свойства. Натуральные, целые и рациональные числа, их свойства. Аксиоматика действительных чисел. Бесконечные десятичные дроби как модель действительных чисел. Их эквивалентность. Эквивалентные множества. Счетные множества и их свойства. Несчетные множества. Сравнение мощностей.*
лекции: 6
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, подготовка к коллоквиуму.

Тема 2.
Заголовок. Эскизы графиков функций.
Содержание. *Эскизы графиков функций.*
лекции:
семинары: 14
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Тема 3.
Заголовок. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Предел последовательности и его свойства. Числовые ряды. Два определения предела функции, их эквивалентность. Свойства предела функции.
Содержание. *Открытые и замкнутые множества и их свойства. Теоремы о конечных подпокрытиях и о существовании предельной точки. Предел последовательности и его свойства. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число «е». Критерий Коши сходимости последовательности. Частичные пределы последовательности и их свойства. Числовые ряды.*

Два определения предела функции, их эквивалентность. Свойства предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Односторонние пределы и их свойства. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
лекции: 24
семинары: 10
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 4.
Заголовок. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства; теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора.
Содержание. *Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства; теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса, Кантора. Теорема об обратной функции. Модуль непрерывности. Элементарные функции, их свойства. Замечательные пределы.*
лекции: 16
семинары: 16
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 5.
Заголовок. Производная, касательная, дифференциал их связи. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена. Ряды Тейлора.
Содержание. *Производная, касательная, дифференциал их связи. Правила вычисления производных. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Следствия теоремы Лагранжа. Свойства производной. Правила Лопиталя. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена. Ряды Тейлора. Разложения некоторых элементарных функций.*
лекции: 8
семинары: 12
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 6.
Заголовок. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость, точки перегиба.
Содержание. *Достаточные условия локального экстремума. Глобальные экстремумы функции на отрезке. Выпуклость, точки перегиба. Свойства выпуклых функций. Неравенство Иенсена. Условия выпуклости. Приложения производной (в т.ч. раскрытие неопределённостей, исследование и график функции, задачи на экстремум).*
лекции: 12
семинары: 10
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 7.
Заголовок. Первообразная и неопределенный интеграл и его свойства.
Содержание. *Первообразная и обобщенная первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные неопределенные интегралы. Интегрирование рациональных дробей, различных иррациональностей, тригонометрических и некоторых других выражений.*

лекции: 8
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 8.
Заголовок. Определенный интеграл Римана.
Содержание. *Определенные интегралы Римана.Простейшие свойства интеграла. Критерии Дарбу интегрируемости. Интегрируемость на подотрезках. Необходимое условие интегрируемости по Риману. Аддитивность интегралов по отрезкам. Формула Ньютона-Лейбница и следствия из нее.*
лекции: 6
семинары: 10
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 9.
Заголовок. Мера Лебеге и ее свойства. Множества меры нуль по Лебегу. Интегрируемость ограниченных и непрерывных почти всюду функций по Риману.
Содержание. *Мера Лебега и ее свойства. Множества меры нуль по Лебегу. Интегрируемость ограниченных и непрерывных почти всюду функций по Риману. Ограниченность и непрерывность почти всюду интегрируемых по Риману функций. Критерий Лебега интегрируемости по Риману и следующие из него дополнительные свойства интеграла Римана.*
лекции: 4
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, подготовка к коллоквиуму.

Тема 10.
Заголовок. Интеграл с переменным верхним пределом Дифференцируемость в точке. Существование первообразных.
Содержание. *Интеграл с переменным верхним пределом. Принадлежность классу Липшица при условии ограниченности на промежутке. Дифференцируемость в точке. Существование первообразных.*
Непрерывность интегралов с переменным верхним пределом. Неравенство Чебышёва.
лекции: 12
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, подготовка к коллоквиуму.

Тема 11.
Заголовок. Определенный интеграл Римана.
Содержание. *Определенный интеграл Римана-Стилтьеса и; его простейшие свойства. Интегрируемость на подотрезках. Аддитивность интегралов Стилтьеса по отрезкам. Функции ограниченной вариации и их свойства. Функции ограниченной вариации как разность неубывающих функций. Интегрируемость в смысле Римана-Стилтьеса непрерывных функций по функциям ограниченной вариации. Интегрирование по частям в интеграле Римана-Стилтьеса.*

Сведение интеграла Римана-Стилтьеса к интегралу Римана. Интегрирование по частям для интеграла Римана. Замена переменной в интегралах. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Первая и вторая теоремы о среднем.
лекции: 16
семинары: 10
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 12.
Заголовок. Несобственные интегралы.
Содержание. *Несобственные интегралы.*
Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости Дирихле и Абеля. Примеры.
лекции: 4
семинары: 12
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 13.
Заголовок. Приложения определённого интеграла.
Содержание. *Приложения определённого интеграла (в том числе; вычисление площадей областей, объёмов тел вращения, длин кривых).*
лекции:
семинары: 12
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 14.
Заголовок. Метрические и нормированные пространства.
Содержание. *Нормированные пространства. N-мерное пространство, норма и метрика в нем, открытые и замкнутые множества, их свойства. Критерий компактности в n-мерном пространстве. Теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки. Последовательности в нормированных пространствах и в n-мерном пространстве, их пределы, свойства. Полные метрические пространства. Принцип вложенных замкнутых шаров. Полнота в n-мерном пространстве. Примеры неполных нормированных пространств.*
лекции: 4
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, подготовка к коллоквиуму.

Тема 15.
Заголовок. Предел функции и его свойства в метрических и нормированных пространствах. Непрерывные функции и их свойства в метрических и нормированных пространствах.
Содержание. *Предел функции и его свойства в метрических и нормированных пространствах. Непрерывные функции и их свойства в метрических и нормированных пространствах. Принцип сжимающих отображений. Связные множества в нормированных пространствах и их свойства.*
лекции: 6
семинары:

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 16.
Заголовок. Дифференцируемость отображений в нормированных пространствах. Дифференцируемость функций нескольких переменных.
Содержание. *Дифференцируемость отображений нормированных пространств. Дифференцируемость функций нескольких переменных. Дифференциал. Частные производные. Геометрический смысл дифференцируемости функций нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Производная по направлению. Градиент. Правила дифференцирования. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Критерий дифференцируемости функции комплексного переменного в точке. Оператор Лапласа в полярных координатах.*
лекции: 6
семинары: 8
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 17.
Заголовок. Формула Тейлора функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум.
Содержание. *Формула Тейлора функции нескольких переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, Пеано и интегральной. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия его существования. Теоремы о существовании и дифференцируемости неявных функций. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа его отыскания. Примеры.*
лекции: 6
семинары: 8
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 18.
Заголовок. Числовые ряды.
Содержание. *Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Операции над рядами. Абсолютная и условная сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: ограниченность частичных сумм, сравнения. Признаки Д'Аламбера, Коши, интегральный Коши-Маклорена, Куммера, Раабе и Гаусса. Ряды с членами произвольных знаков и ряды комплексных чисел. Признак Лейбница. Последовательности ограниченной вариации и их свойства. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Теоремы Коши и Римана о перестановках членов ряда. Умножение числовых рядов. Теоремы Коши и Мертенса.*
лекции: 8
семинары: 18
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 19.
Заголовок. Бесконечные произведения.
Содержание. *Бесконечные произведения. Условия сходимости. Разложение функции sin(x) в бесконечное произведение.*
лекции: 6
семинары: 8
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 20.
Заголовок. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.
Содержание. *Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Операции с равномерной сходимостью. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Дини, Лейбница, Абеля и Дирихле равномерной сходимости. Полнота пространства* ***C(K)*** *непрерывных на компакте функций. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных последовательностей и рядов. Равностепенная непрерывность. Теорема Арцеля-Асколи.*
лекции: 12
семинары: 16
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 21.
Заголовок. Степенные ряды на комплексной плоскости.
Содержание. *Степенные ряды на комплексной плоскости. Теорема Коши-Адамара. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда. Степенной ряд как ряд Тейлора своей суммы. Теорема единственности. Теорема Абеля. Функции комплексного переменного. Формула Эйлера.*
лекции: 4
семинары: 8
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 22.
Заголовок. Функции, зависящие от параметра.
Содержание. *Функции, зависящие от параметра; равномерное стремление к пределу, связь с равномерной сходимостью последовательностей. Критерий Коши. Свойства равномерной сходимости. Перестановка пределов, дифференцирование и интегрирование функций, зависящих от параметра.*
лекции: 6
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 23.
Заголовок. Несобственные интегралы с параметром.
Содержание. *Собственные интегралы с параметром. Их свойства: переход к пределу, непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость. Формула Даламбера решения задачи Коши для волнового уравнения в одномерном случае. Несобственные интегралы с параметром, их равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.*

Признаки равномерной сходимости Вейерштрасса, Дини, Абеля и Дирихле. Свойства несобственных интегралов с параметром: переход к пределу, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость (собственная и несобственная). Интеграл Дирихле.
Интегральная форм Гамма фунции Эйлера и формула дополнения для гамма-функции.
Бэта-функция Эйлера в интегральной форме. Связь функций Эйлера. Формула Стирлинга.
лекции: 10
семинары: 24
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 24.
Заголовок.
Содержание. Пространства со скалярным произведением. Ортогональные системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Тождество Бесселя и неравенство Бесселя. Ортогональные системы и ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье. Замкнутость, равенство Парсеваля, полнота; связь этих понятий. Пространство функций, интегрируемых с квадратом, его полнота.
лекции: 10
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием

Тема 25.
Заголовок. Гильбертовы пространства функций, интегрируемых с квадратом на отрезке и на всей прямой.
Содержание. *Гильбертовы пространства функций, интегрируемых с квадратом на отрезке и на всей прямой.*
лекции: 4
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 26.
Заголовок. Свертка и ее свойства.
Содержание. *Свертка и ее свойства. Аппроксимативная единица и теорема о ней. Примеры. Теоремы Вейерштрасса о приближении полиномами и тригонометрическими многочленами. Замкнутость тригонометрической системы.*
лекции: 4
семинары:
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 27.
Заголовок. Тригонометрические ряды Фурье и их свойства.
Содержание. *Тригонометрические ряды Фурье и их свойства: линейность, инвариантность относительно сдвигов, симметрий, сжатий, дифференцирования; ряд Фурье свёртки, равенство Парсеваля, почленная интегрируемость. Стремление к нулю коэффициентов Фурье абсолютно интегрируемых функций. Представление частичных сумм. Ядро Дирихле. Признак Дини и следствия из него. Принцип локализации Римана.*
лекции: 8
семинары: 10

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 28.
Заголовок. Кратный интеграл Римана. Несобственный кратный интеграл.
Содержание. *Брусы и простые множества в n-мерном пространстве, их мера и ее свойства. Мера Жордана. Измеримые множества и их свойства. Кратный интеграл Римана, его определение и простейшие свойства. Связь интегрируемости по Риману и ограниченности. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Дарбу. Множества меры нуль по Лебегу. Критерий интегрируемости Лебега. Некоторые свойства кратного интеграла Римана. Теоремы о связи интеграла Римана и меры Жордана. Теоремы о сведении кратных интегралов к повторным. Замена переменных в кратном интеграле. Общая теорема о замене переменных в кратном интеграле. Несобственный кратный интеграл. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.*
лекции: 30
семинары: 24
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

Тема 29.
Заголовок. Криволинейные интегралы I и II рода. Векторные поля.
Содержание. *Криволинейные интегралы I и II рода, их свойства. Формула Грина. Потенциальные векторные поля. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования. Поверхности в 3-мерном пространстве, их площадь. Поверхностные интегралы I и II рода, их свойства. Кусочно-гладкие поверхности. Формула Остроградского-Гаусса. Ротор векторного поля. Формула Стокса.*
лекции: 22
семинары: 26
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием.

Тема 30.
Заголовок. Антисимметричные билинейные и полилинейные формы и их свойства. Внешнее произведение. Дифференциальные формы.
Содержание. *Пространство, сопряженное к n-мерному пространству. Антисимметричные билинейные и полилинейные формы и их свойства. Внешнее произведение. Касательное пространство. Касательное отображение. Дифференциальные формы. Внешнее дифференцирование. Замена переменных. Интеграл от дифференциальной формы. Обобщенная формула Стокса и ее частные случаи.*
лекции: 20
семинары: 10
Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе, работа над творческим заданием, подготовка к коллоквиуму.

VII. Используемые образовательные, научно-исследовательские и научно-производственные технологии:

А. Образовательные технологии: интерактивные лекции и семинары; решение типовых задач; выполнение творческого задания; дискуссии по теме занятий; активное обсуждение и оценка работы студентов в группе; самостоятельная работа, коллоквиумы.

Б. Научно-исследовательские технологии: изучение литературы, а также научных и научно-популярных статей, блогов и лекций ведущих отечественных и зарубежных специалистов, представленные в Интернете.

VIII. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов, оценочные средства контроля успеваемости и промежуточной аттестации:

А. Учебно-методические рекомендации для обеспечения самостоятельной работы студентов, в том числе ссылки на методические материалы, размещенные на сайте кафедры:

Б. Примерный список заданий для проведения текущей и промежуточной аттестации: См. варианты контрольных работ.

Комментарии со ссылками на список литературы и Интернет-ресурсы

В течение каждого из четырех семестров студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. Во всех семестрах предусмотрены коллоквиумы и в каждом семестре контрольные работы:

1 семестр – 4 контрольных работы,
2 семестр – 3 контрольных работы,
3 семестр – 3 контрольных работы,
4 семестр – 2 контрольных работы.

Примеры контрольных работ

1-й семестр

№1. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.I, гл.I: 108, 225, 300, 368, 395, 405.

№2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.I, гл.II: 44, 74, 95, 115, 132, 139(д), 150, 165.

№3. Демидович Б.П.: 1996: 911, 926, 953, 1045, 1053, 1161, 1142, 1200.

№4. Демидович Б.П.: 1361, 1366, 1494, 1521, 1538, 1569.

2-й семестр

№1. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.II, гл.I: 143, 171, 185, 214, 247, 392.

№2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.II, гл.II: 41, 84(б), 79(в), 143; Демидович Б.П.: 2441.

№3. Демидович Б.П.: 3251, 3258, 3274, 3389, 3411; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.II, гл.IV: 223, 254, 288.

3-й семестр

№1. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.2, гл.I: 78, 242, 465, 756, 656, 869.

№2. Демидович Б.П.: 2819; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.2, гл.I:1169, 1181; гл.III: 39, 47, 128.

№3. Демидович Б.П.: 3732, 3764, 3781, 3810, 3820, 3864.

4-й семестр

№1. Демидович Б.П.: 3968, 4095, 3990, 4103; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.III, гл.I: 218, 498.

№2. Демидович: 4234, 4286, 4352, 4371; Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А., т.1, ч.III, гл.III: 104, 170.

Разбор заданий контрольных работ

См.: Боярчук А.К. и др. Справочное пособие по высшей математике. Т.1-3.

Вопросы и задачи к коллоквиумам:

1 семестр

1) Аксиоматика действительных (вещественных) чисел. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема о существовании точной верхней грани ограниченного сверху числового множества.
2) Теорема о системе вложенных отрезков. Теорема о последовательности вложенных стягивающихся отрезков.
3) Эквивалентность множеств. Конечные, счетные и несчетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных (вещественных) чисел.
4) Неравенство Бернулли и Бином Ньютона.
5) Предел последовательности. Его единственность. Ограниченность последовательности, имеющей предел.
6) Предельный переход и арифметические операции. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
7) Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
8) Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число «е». Теорема Штольца (без доказательства).
9) Подпоследовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
10) Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Примеры.
11) Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимое условие и критерий Коши сходимости числового ряда.
12) Частичные пределы. Критерий частичного предела. Верхний и нижний пределы числовой последовательности.
13) Предел функции. Определение предела по Коши и по Гейне. Его единственность. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.
14) Эквивалентность определения предела по Коши и по Гейне.
15) Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предельный переход и арифметические операции.
16) Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе зажатой функции. Теорема о пределе сложной функции (замена переменных).
17) Критерий Коши существования предела функции. Примеры применения.
18) Первый и второй замечательные пределы.

19) Односторонние пределы. Пределы монотонной функции.
20) Непрерывность функции в точке. Арифметические операции с непрерывными функциями.
21) Классификация точек разрыва. Примеры. Точки разрыва монотонной функции.
22) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
23) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
24) Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема Больцано – Коши. Критерий непрерывности монотонной функции.
25) Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
26) O - символика. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных.

Список задач к коллоквиуму

1. Доказать, для любого натурального n верно, что $\mathbb{R}^n \sim \mathbb{R}$.
2. Доказать, что множество всех числовых последовательностей эквивалентно $\mathbb{R}$.
3. Множество Кантора на [0;1], его эквивалентность $\mathbb{R}$.
4. Доказать, что если последовательность сходится к числу «a», то последовательность ее средних арифметических тоже сходится к числу «a».
5. Доказать, что если последовательность сходится к $+\infty$, то последовательность ее средних арифметических тоже сходится к $+\infty$.
6. Доказать, что если строго положительная последовательность сходится к числу «a», то и последовательность ее средних геометрических сходится к числу «a».
7. Доказать, что если строго положительная последовательность сходится к $+\infty$, то и последовательность ее средних геометрических сходится к $+\infty$.
8. Примеры расходящихся ограниченных и неограниченных последовательностей, для которых последовательность средних арифметических сходится. Доказать, что если последовательность средних арифметических последовательности сходится, то n-й член последовательности равен $o(n)$.
9. Пример последовательности, для которой каждое действительное число является частичным пределом.
10. Пример последовательности, для которой множество ее частичных пределов – множество Кантора.

2 семестр

1. Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Неинтегрируемость функции Дирихле.
2. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства: монотонность сумм Дарбу при измельчении разбиения. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости вещественнозначной функции в терминах колебаний функции.
3. Интегрируемость непрерывных функций, монотонных функций и ограниченных функций, имеющих конечное число точек разрыва.
4. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрирование неравенств, интегрируемость модуля интегрируемой функции. Интегрируемость произведения и частного интегрируемых функций.
5. Понятие множества меры нуль Лебегу. Примеры. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману (без доказательства).
6. Вторая теорема о среднем.
7. Интегральные неравенства Гельдера и Минковского.
8. Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной в интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

10. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши и в форме Шлемильха- Роша.
11. Приложения интеграла Римана (вычисление площади, объема тела вращения, длины кривой).
12. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от знакопостоянных функций. Признак сравнения. Интегральный признак сходимости числового ряда.
13. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости Дирихле и Абеля. Примеры:
$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx \text{ и } \int_A^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha - \sin x} dx .$$
14. Линейные нормированные пространства (ЛНП). Понятие полноты ЛНП. Примеры полных (банаховых) и неполных ЛНП.
15. Пространство $\mathbb{R}^n$. Неравенство Коши-Буняковского. Полнота $\mathbb{R}^n$.

Список задач к коллоквиуму

1. Интегрируемость по Риману.
2. Пример не интегрируемой по Риману точной производной.
3. Множество Кантора и его свойства: замкнутость, континуальность, мера ноль по Лебегу. Лестница Кантора и ее свойства.
4. Доказать, что если на отрезке [0;1] строить множество способом, аналогичным построению множества Кантора, на n-ом шаге удаляя из каждого отрезка интервал, длина которого составляет $1/(n+1)^2$ часть длины этого отрезка, то получится канторовское множество верхней меры ½.
5. Пример интегрируемой по Риману функции, производная неопределенного интеграла которой не совпадает с подынтегральной функцией на множестве мощности континуум.
6. Пример непрерывной функции F, имеющей почти всюду производную, которая (при соответствующем доопределении) интегрируема по Риману, но ее определенный интеграл не равен $F+C$, где C – постоянная.
7. Доказать, что если отрезок [a,b] включает 0, то функция *f(x)* интегрируема по функции sgn(x) на отрезке [a,b] тогда и только тогда, когда f непрерывна в точке 0.
8. Пример непрерывной на отрезке функции неограниченной вариации.

3 семестр

1. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости ряда. Гармонический ряд.
2. Знакопостоянные ряды. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши – Маклорена.
3. Признаки Раабе, Гаусса и Куммера сходимости числовых рядов.
4. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Лейбница, Дирихле и Абеля.
5. Перестановки рядов. Теорема Коши о перестановке абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановке условно сходящегося ряда.
6. Произведения числовых рядов. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Теорема Мертенса о произведении числовых рядов.
7. Бесконечные произведения. Связь со сходимостью числовых рядов. Признаки сходимости.
8. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Супремум – критерий равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости

функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

9. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Примеры. Признак Дини равномерной сходимости.
10. Равномерно сходящиеся последовательности и ряды! Теоремы о переходе к пределу и о непрерывности предела, о почленном интегрировании и дифференцировании.
11. Степенные ряды. Понятие радиуса сходимости, формула Коши – Адамара. Первая теорема Абеля. Теоремы о непрерывности почленном интегрировании и почленном дифференцировании степенного ряда.
12. Достаточные условия представимости функции рядом Тейлора. Ряды Тейлора – Маклорена для функций e^z, $sin\ z$, $cos\ z$, $ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
13. * Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Представление решения.
14. Равномерная сходимость по параметру: супремум-критерий, связь с равномерной сходимостью последовательностей, критерий Коши. Теоремы о равномерной сходимости по параметру: перестановка пределов, непрерывность предельной функции.
15. Собственные интегралы с параметром, их свойства: непрерывность, дифференцируемость (правило Лейбница), интегрируемость.
16. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Критерий Коши равномерной сходимости. Супремум-критерий равномерной сходимости. Примеры.
17. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.
18. Непрерывность и дифференцируемость несобственных интегралов с параметром. Перестановка интегралов: собственный – несобственный, два несобственных.
19. Вычисление интеграла Дирихле, интеграла Эйлера – Пуассона. Формула Фруллани.
20. *Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций и его свойства. Теорема Римана.
21. *Преобразование Лапласа: некоторые его свойства. Операционный метод решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
22. Г – функция. Формула Стирлинга.
23. В – функция, выражение через Г – функцию.
24. Формула дополнения для Г – функции.

4 семестр

1. Мера Жордана и ее свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Пример неизмеримого по Жордану множества.
2. Интеграл по брусу. Интегральные суммы Римана и Дарбу, их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости.
3. Множества меры нуль по Лебегу и их свойства. Примеры. Критерий Лебега интегрируемости функции на брусе (формулировка).
4. Характеристическая функция множества. Интеграл Римана по ограниченному множеству. Корректность определения. Необходимое условие интегрируемости. Критерий Лебега интегрируемости (формулировка).
5. Свойства кратного интеграла Римана.
6. Вычисление кратных интегралов: сведение кратных интегралов к повторным. Интеграл Дирихле.
7. Замена переменных в кратном интеграле Римана. Геометрический смысл модуля якобиана плоского отображения.

8. Кратный несобственный интеграл Римана. Критерий сходимости интеграла от неотрицательной функции. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости в $\mathbb{R}^n$ при $n \geq 2$.
9. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их свойства.
10. Формула Грина.

11[*]. Интегральная теорема Коши.

Вопросы к экзаменам:

1 семестр

1. Аксиоматика действительных (вещественных) чисел. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема о существовании точной верхней грани ограниченного сверху числового множества.
2. Теорема о системе вложенных отрезков. Теорема о последовательности вложенных стягивающихся отрезков.
3. Эквивалентность множеств. Конечные, счетные и несчетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных (вещественных) чисел.
4. Неравенство Бернулли и Бином Ньютона.
5. Предел последовательности. Его единственность. Ограниченность последовательности, имеющей предел.
6. Предельный переход и арифметические операции. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
7. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число «е». Теорема Штольца (без доказательства).
8. Подпоследовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
9. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Примеры.
10. Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимое условие и критерий Коши сходимости числового ряда.
11. Частичные пределы. Критерий существования частичного предела. Верхний и нижний пределы числовой последовательности.
12. Предел функции. Определение предела по Коши и по Гейне. Его единственность. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Предельный переход и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе зажатой функции. Теорема о пределе сложной функции (замена переменных).
14. Критерий Коши существования предела функции. Примеры применения.
15. Первый и второй замечательные пределы.
16. Односторонние пределы. Пределы монотонной функции.
17. Непрерывность функции в точке. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
18. Классификация точек разрыва. Примеры. Точки разрыва монотонной функции, их характер и мощность.
19. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
20. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Модуль непрерывности и его свойства.

21. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема Больцано – Коши. Критерий непрерывности монотонной функции.
22. Определение, существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
23. O - символика. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентных.
24. Принцип Бореля-Лебега (о конечном подпокрытии) и принцип Больцано-Вейерштрасса (о существовании предельной точки для любого ограниченного бесконечного множества).
25. Производная и дифференциал функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Связь дифференцируемости и непрерывности функции.
26. Производная сложной функции, производная обратной функции. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
27. Производные элементарных функций. Производная функции, заданной параметрически.
28. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для производной произведения двух функций. Вопрос об инвариантности формы дифференциалов.
29. Возрастание и убывание функции в точке. Теорема Ферма. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
30. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши о среднем.
31. Следствия из формулы конечных приращений Лагранжа. Возрастание и убывание функций на отрезке.
32. Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя. Примеры. Сравнение роста показательной, степенной и логарифмической функции.
33. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Теорема единственности.
34. Поведение остаточного члена в форме Лагранжа формулы Тейлора для функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{sh} x$, $\mathrm{ch} x$, $\ln(1+x)$. Иррациональность числа e.
35. Ряды Тейлора и Маклорена некоторых элементарных функций. Взаимосвязь элементарных функций. Формула Эйлера.
36. Непрерывность и дифференцируемость вектор-функций. Формула Тейлора для вектор-функций.
37. Выпуклые функции. Достаточное условие выпуклости. Выпуклость и касательные.
38. Точки перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба. Достаточные условия экстремума с использованием производных высших порядков.
39. Асимптоты к графику функции. Схема построения графиков функций. Пример построения графика параметрически заданной функции.
40. Классические неравенства (Йенсена, Юнга, Гельдера, Минковского, сравнение среднего геометрического со средним арифметическим).
41. Приближенное решение уравнений. Метод последовательных приближений. Метод касательных Ньютона.

2 семестр

1. Определенный интеграл Римана. Ограниченность интегрируемой функции. Неинтегрируемость функции Дирихле.
2. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства: монотонность сумм Дарбу при измельчении разбиения. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости вещественнозначной функции в терминах колебаний функции.
3. Интегрируемость непрерывных функций, монотонных функций и ограниченных функций, имеющих конечное число точек разрыва.

4. Свойства интеграла Римана: линейность, интегрирование неравенств, интегрируемость модуля интегрируемой функции. Интегрируемость произведения и частного интегрируемых функций.
5. Понятие множества меры нуль Лебегу. Примеры. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману (без доказательства).
6. Вторая теорема о среднем.
7. Интегральные неравенства Гельдера и Минковского.
8. Интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной в интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши и в форме Шлемильха- Роша.
11. Приложения интеграла Римана (вычисление площади, объема тела вращения, длины кривой).
12. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от знакопостоянных функций. Признак сравнения. Интегральный признак сходимости числового ряда.
13. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости Дирихле и Абеля. Примеры:
$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx \text{ и } \int_A^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha - \sin x} dx .$$
14. Линейные нормированные пространства (ЛНП). Понятие полноты ЛНП. Примеры полных (банаховых) и неполных ЛНП.
15. Пространство $\mathbb{R}^n$. Неравенство Коши-Буняковского. Полнота $\mathbb{R}^n$.
16. Открытые, замкнутые множества в $\mathbb{R}^n$, компакты в $\mathbb{R}^n$.
17. Принцип сжимающих отображений в банаховом пространстве.
18. Функции нескольких переменных (ФНП). Предел и непрерывность скалярных ФНП. Локальные и глобальные свойства непрерывных ФНП.
19. Дифференцируемость ФНП. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал и его геометрический смысл. Касательная плоскость к графику ФНП.
20. Дифференцируемость композиции ФНП. Инвариантность формы первого дифференциала.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
23. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.
24. Локальные экстремумы ФНП. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума.
25. Замена переменных для ФНП. Примеры. Оператор Лапласа в полярных координатах. Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном случае. Формула Даламбера.
26. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции комплексного переменного.
27. Теорема о неявной функции. Матрица Якоби. Теорема о системе неявных функций (формулировка).
28. Условный локальный экстремум ФНП. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Примеры применения.
29. Теорема об обратном отображении.

3 семестр

1. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости ряда. Гармонический ряд.
2. Знакопостоянные ряды. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши – Маклорена.
3. Признаки Раабе, Гаусса и Куммера сходимости числовых рядов.
4. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Лейбница, Дирихле и Абеля.
5. Перестановки рядов. Теорема Коши о перестановке абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановке условно сходящегося ряда.
6. Произведения числовых рядов. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Теорема Мертенса о произведении числовых рядов.
7. Бесконечные произведения. Связь со сходимостью числовых рядов. Признаки сходимости.
8. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Супремум – критерий равномерной сходимости. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
9. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда. Примеры. Признак Дини равномерной сходимости. Пример Ван-дер Вардена непрерывной функции, не дифференцируемой ни в одной точке.
10. Равномерно сходящиеся последовательности и ряды. Теоремы о переходе к пределу и о непрерывности предела, о почленном интегрировании и дифференцировании.
11. Степенные ряды. Понятие радиуса сходимости, формула Коши – Адамара. Первая теорема Абеля. Теоремы о непрерывности почленном интегрировании и почленном дифференцировании степенного ряда.
12. Достаточные условия представимости функции рядом Тейлора. Ряды Тейлора – Маклорена для функций e^z, sin z, cos z, lu(1+x), $(1 + x)^\alpha$.
13. * Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Представление решения.
14. Равномерная сходимость по параметру: супремум-критерий, связь с равномерной сходимостью последовательностей, критерий Коши. Теоремы о равномерной сходимости по параметру: перестановка пределов, непрерывность предельной функции.
15. Собственные интегралы с параметром, их свойства: непрерывность, дифференцируемость (правило Лейбница), интегрируемость.
16. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Критерий Коши равномерной сходимости. Супремум-критерий равномерной сходимости. Примеры.
17. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.
18. Непрерывность и дифференцируемость несобственных интегралов с параметром. Перестановка интегралов: собственный – несобственный, два несобственных.
19. Вычисление интеграла Дирихле, интеграла Эйлера – Пуассона. Формула Фруллани.
20. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций и его свойства. Теорема Римана.
21. *Преобразование Лапласа: некоторые его свойства. Операционный метод решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
22. Г – функция. Формула Стирлинга.
23. В – функция, выражение через Г – функцию.
24. Формула дополнения для Г – функции.

25. Гильбертовы пространства. ОНС в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля.
26. *Пространство l_2 . Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств. Процесс ортогонализации Грама.
27. Тригонометрические ряды. Сходимость ряда Фурье в точке. Принцип локализации Римана. Признак Дини и его следствия.
28. Суммы Фейера. Ядро Фейера и его свойства. Теорема Фейера.
29. Теорема Вейерштрасса для тригонометрических полиномов. Теорема Вейерштрасса для алгебраических полиномов.
30. *Метод Фурье для решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
31. Характер сходимости рядов Фурье. Дифференцирование рядов Фурье. Почленное интегрирование рядов Фурье.
32. *Формула Пуассона для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

4 семестр

1. Мера Жордана и ее свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Пример неизмеримого по Жордану множества.
2. Интеграл по брусу. Интегральные суммы Римана и Дарбу, их свойства. Критерий Дарбу интегрируемости.
3. Множества меры нуль по Лебегу и их свойства. Примеры. Критерий Лебега интегрируемости функции на брусе (формулировка).
4. Характеристическая функция множества. Интеграл Римана по ограниченному множеству. Корректность определения. Необходимое условие интегрируемости. Критерий Лебега интегрируемости (формулировка).
5. Свойства кратного интеграла Римана.
6. Вычисление кратных интегралов: сведение кратных интегралов к повторным. Интеграл Дирихле.
7. Замена переменных в кратном интеграле Римана. Геометрический смысл модуля якобиана плоского отображения.
8. Кратный несобственный интеграл Римана. Критерий сходимости интеграла от неотрицательной функции. Эквивалентность понятий сходимости и абсолютной сходимости в $\mathbb{R}^n$ при $n \geq 2$.
9. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их свойства.
10. Формула Грина.

11*. Интегральная теорема Коши.

12. Потенциальные и безвихревые векторные поля. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
13. Площадь гладкой поверхности в $\mathbb{R}^3$.Поверхностные интегралы первого рода в $\mathbb{R}^3$.
14. Ориентируемые поверхности в $\mathbb{R}^3$. Поверхностные интегралы второго рода и их физический смысл.
15. Формула Гаусса-Остроградского. Независимость дивергенции векторного поля от выбора системы координат. Соленоидальные векторные поля.
16. Формула Грина для оператора Лапласа. Интеграл Гаусса.
17. Формула Стокса в $\mathbb{R}^3$. Независимость ротора от выбора системы координат.
18. Гармонические функции. Теорема о среднем для гармонических функций.

19*. Интегральная формула Коши. Гармонические функции на плоскости.

20. Дифференциальные операции теории поля. Оператор Гамильтона.
21. Общая формула Стокса и ее следствия.

Зачетные и дополнительные задачи
Аналогичны разобранным на семинарах и приведенным в контрольных работах.

Разбор типовых заданий к зачету: разбираются на семинарах

Вопросы и задачи к экзамену (при наличии): выдаются на лекциях
IX. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

А. Основная литература:

1. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. В 3-х ч. М.: Факториал, 1996.
2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Часть 1, 2. «Дрофа», 2004 г. (и другие издания).
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. «Наука», 1972 г., М.: изд-ва АСТ, Астрель, 2003. (и другие издания),
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1, 2, 3. «Физматлит», 2003 (и другие издания).
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.I, II, III. М.: ГИФМЛ, 1963; СПБ: Невский диалект, 2001, 2002.
6. Гелбаум Б., Омстед Дж. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967. М.: изд-во ЛКИ, 2007.
7. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. I, II. М.: Фазис, 1997, 1998; МЦНМО, 2002. Издавался позднее.
8. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Т. I, II. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985; 2004.
9. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Дрофа, 2004. Издавались позднее.
10. Лукомский С.Ф. Интегральное исчисление (функции одной переменной). Саратов: изд-во Саратовского ун-та, 2005.

Б. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:
Сайт кафедры:http://www.matan.math.msu.su/

X. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

А. Помещения:

- аудитория

Б. Оборудование:

- доска в аудитории для лекций и семинаров, мел, проектор, ноутбук, пластиковая доска, цветные фломастеры.

Авторы: Власов В.В., Раутиан Н.А.

Программа утверждена на заседании кафедры,
протокол № 1 от 6 сентября 2013г.

Заведующий кафедрой
академик РАН В.А. Садовничий