

ПРОГРАММА КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
I КУРС, ОСЕННИЙ СЕМЕСТР 2017 ГОДА
ЛЕКТОР С.В.ШАПОШНИКОВ

- (1) Множества. Парадокс Рассела. Множество натуральных чисел. Метод математической индукции. Неравенство Бернулли. Бином Ньютона.
- (2) Операции с множествами и формулы Моргана, декартово произведение и отношения эквивалентности и порядка. Аксиома индукции и существование в каждом непустом подмножестве наименьшего элемента.
- (3) Функция и ее график. Инъекции, сюръекции, биекции. Счетные множества. Пример Кантора несчетного множества. Теорема Кантора о множестве всех подмножеств. Теорема Кантора–Бернштейна.
- (4) Аксиоматическое определение множества вещественных чисел. Бесконечные десятичные дроби. Принцип полноты Вейерштрасса. Аксиома Архимеда и числовая прямая. Принцип Кантора вложенных отрезков. Континуальные множества.
- (5) Предел последовательности. Арифметика пределов. Переход к пределу в неравенствах. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число e .
- (6) Теорема Больцано о сходящейся подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний предел.
- (7) Фундаментальные последовательности и Критерий Коши.
- (8) Ряды. Признаки сходимости неотрицательных рядов. Ряд Лейбница. Абсолютная и условная сходимости.
- (9) Граничные и предельные точки. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Замкнутость множества частичных пределов. Теорема Бэра.
- (10) Компакты. Лемма Бореля–Гейне–Лебега. Множество Кантора и его свойства.
- (11) Определение Гейне предела функции и его свойства: единственность, арифметика, переход к пределу в неравенствах, предел композиции.
- (12) Определение Коши предела функции. Эквивалентность определений.
- (13) Замечательные пределы.
- (14) Односторонние пределы. Теорема Вейерштрасса об односторонних пределах монотонной функции.
- (15) Критерий Коши существования конечного предела функции.
- (16) Предел по базе и его свойства. Примеры.
- (17) Непрерывные функции: определение и локальные свойства. Классификация точек разрыва. Множество точек разрыва монотонной функции. Структура множества точек разрыва.
- (18) Основные теоремы о непрерывных функциях: теорема Вейерштрасса об ограниченности, максимуме и минимуме непрерывной на компакте функции, теорема Коши о промежуточном значении.
- (19) Теорема об обратной функции. Построение показательной функции и логарифмической функции.
- (20) Равномерная непрерывность и равномерная сходимость. Непрерывность равномерного предела непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
- (21) Дифференцируемость. Непрерывность дифференцируемой функции. Пример Вейерштрасса нигде не дифференцируемой функции.
- (22) Правила дифференцирования. Теорема о производной сложной функции. Производные элементарных функций.
- (23) Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и Дарбу. Правило Лопиталя.
- (24) Производные высокого порядка. Формула Тейлора. Ряд Тейлора.
- (25) Выпуклая функция. Непрерывность и дифференцируемость выпуклой функции. Дифференциальные условия выпуклости. Неравенство Йенсена.