

## Листок 2

Задача 1. Докажите, что во всякой последовательности есть монотонная подпоследовательность.

Задача 2. Пусть для каждого  $m$  задана ограниченная последовательность вещественных чисел  $\{x_n^m\}_{n=1}^{\infty}$ . Докажите существование такой возрастающей последовательности номеров  $n_k$ , что для каждого  $m$  последовательность  $\{x_{n_k}^m\}_{k=1}^{\infty}$  сходится.

Задача 3. Из некоторого множества на прямой удалили все его изолированные точки (точка множества называется изолированной, если существует интервал, в котором она является единственной точкой данного множества), затем из того множества, которое получилось, опять удалили все изолированные точки и т.д. Могло ли случиться так, что данное действие (удаление изолированных точек) проделали бесконечное число раз и каждый раз было, что удалять?

Задача 4. Предположим, что некоторое множество на числовой прямой является объединением попарно непересекающихся отрезков положительной длины. Возможно ли, что во всяком интервале есть точка этого множества?

Задача 5. Является ли вся прямая объединением некоторого семейства попарно непересекающихся отрезков положительной длины?