

## Листок 1

Задача 1. Докажите неравенство  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$ , где  $a_i \geq 0$ .

Задача 2. Докажите, что на плоскости можно расположить не более чем счетное семейство попарно непересекающихся «восьмерок».

Задача 3. Докажите, что множество последовательностей вещественных чисел равномерно отрезу.

Задача 4. Заяц прыгает по окружности против часовой стрелки прыжками одинаковой длины, причем никогда не попадает в свой след. Окружность пересекает узкий ручеек. Докажите, что рано или поздно заяц наступит лапой в ручей.

Задача 5. Докажите, что множество  $E = \{\sin(\log_{2017} n) : n \in \mathbb{N}\}$  всюду плотно на отрезке  $[-1, 1]$ , т. е. во всяком непустом интервале, имеющем непустое пересечение с этим отрезком, есть точка из множества  $E$ .

Задачи принимаются до 1 октября 2017 г.