

Доклад 14.05.2018

Демон Максвелла и чёрные дыры Хокинга

В.А.Зорич

Аннотация

Доклад будет посвящён актуальной теме — уборке мусора.
Мы напомним мысленный эксперимент Максвелла, получивший название «Демон Максвелла», опишем его научную эволюцию и то, как был переброшен мост от термодинамики к информатике.
Затем вспомним Хокинга и энтропию чёрных дыр.

План-конспект доклада (сжатая версия)¹

0. Два общих слова.

Архимед говорил: дайте мне точку опоры и я подниму Землю.

Максвелл мог бы сказать: дайте мне неограниченную память и я сделаю вам вечный двигатель.

Это указание на связь термодинамики и информатики.

Мы собираемся обсудить эту связь на объекте, предложенном в 1871 году Максвеллом и получившем имя «Демон Максвелла».

Возникающее здесь видимое противоречие с фундаментальными принципами термодинамики было предметом более чем 100-летних дискуссий и споров, пока в 1982 году не получило неожиданное разрешение, сводящееся к тому, что для циклической работы любого устройства, использующего память, память приходится время от времени очищать, чтобы решать очередную задачу.

¹"По просьбе трудящихся" помещается в общий доступ.

Мусор надо убирать (как старые газеты и свалки) и это иногда стоит дороже получаемой информации. Очистка памяти — процесс необратимый с точки зрения термодинамики.

Что такое «Демон Максвелла», в чём загадка и в чём разгадка? — "Всё, сразу и даром" немедленно сообщим тем, кому подробности не нужны. (Рассказ у доски.)

Остальным дадим теперь некоторые, пояснения и подробности.

I. Вводная часть (напоминания и пояснения).

1. *Что такое вечный двигатель?* (Отметить цикличность!)

2. *Что такое два начала термодинамики?* (И нулевое начало.)

a. Вечные двигатели первого и второго рода.

b. Различные формулировки второго начала.

Очевидная и понятная всем: контакт тел с разной температурой.

c. Зоммерфельд о соотношении двух начал (бухгалтер и директор).

3. *Что такое равновесное термодинамическое состояние?*

a. Пример уравнения состояния газа $PV = cT$.

b. Температура и почему водка в градусах?

«Теплород» и $T_{\text{Tempa tura}}$.

4. *Несколько конкретных фактов классической термодинамики.*

a. Закон сохранения энергии на примере газа.

$\delta Q = dE + PdV$. В термодинамически равновесном состоянии внутренние параметры состояния системы (здесь газа) оказываются функциями внешних параметров (здесь он один — объём) и единственного внутреннего параметра — температуры (таким образом в этой формуле $E = E(T, V)$, $P = P(T, V)$).

b. Второе начало и энтропия.

Равновесная термодинамика и обратимые переходы.

Второе начало термодинамики, открытое Карно, трудами Клаузиуса свелось к тому, что для замкнутой кривой γ (замкнутого цикла) в пространстве равновесных состояний имеет место замечательное равенство

$\int_{\gamma} \frac{\delta Q}{T} = 0$, где δQ — форма притока тепла, а T — температура.

Значит, имеется такая функция состояния S , названная в 1865 году Клаузиусом *энтропией*, что $\frac{\delta Q}{T} = dS$ и $\delta Q = TdS$. Итак,

$$TdS = dE + PdV.$$

Если вслед за Гиббсом ввести форму $\Omega = TdS - PdV - dE$, то можно сказать, что любой равновесный термодинамический процесс нашей системы (газа) идет вдоль нулей (ядер $\ker \Omega$) формы Ω . (→ Геометрия!)

Для моля идеального газа с точностью до аддитивной постоянной $S = c_V \ln T + R \ln V$.

с. Поведение энтропии замкнутой системы.

Пример: контакт тел разной температуры, выравнивание температуры и рост энтропии.

5. *Несколько фактов статистической термодинамики.*

а. Модель молекулярного газа.

1738 Д.Бернулли $P = N \frac{2\bar{E}}{3V}$; 1856 Крёниг (Кельвин) $\bar{E} = \frac{3}{2}kT$;

1866 Максвелл $a \cdot \exp(-\frac{mv^2}{2kT})$; 1867 Больцман $b \cdot \exp(-\frac{E}{kT})$; 1902 Гиббс.

б. Энтропия по Больцману (1872-1877?): $S = k \log W$.

Макро и микро состояния. Эволюция энтропии в сторону более вероятного состояния. (→ Принцип концентрации! Динамические системы, эргодическая теория.)

с. За что отвечает энтропия.

Пример газа при одинаковой температуре, но в большем объёме.

Свободная энергия $F = E - TS$. Неравенство $TdS \geq \delta Q$ (Клаузиус).

II. Демон Максвелла.

1. *Демон и что тут странного?*

а. Распределение Максвелла и работа Демона.

б. Попытки найти первопричину противоречия второму началу термодинамики.

[Наивные предположения, энергия для открытия дверцы, для определения молекулы и её скорости, и их последовательное устранение; двигатель Силарда (Лео Сциларда, инициировавшего письмо Эйнштейна Рувельту), 1960 IBM - Ландауэр, (1980-82) - Беннет, 1983 - Фейнман.]

с. Второе начало как неубывание энтропии замкнутой системы (Демон плюс внешность). Неравенства $\oint \frac{\delta Q}{T} \geq 0$ и $TdS \geq \delta Q$ (Клаузиус). Обратимые и необратимые операции на компьютере. Память и её очистка. Обнуление памяти необратимо; уменьшается энтропия состояния памяти, но увеличивается энтропия внешности Демона. Выделяется тепло. За уборку мусора надо платить (уборка макулатуры, использованной информации и иной духовной или материальной пищи).

2. *Информация, неограниченная память и вечный двигатель.*

а. Машина Тьюринга-Беннета.

Переработка информации в энергию (тепла в работу).

б. Лента Фейнмана (информация и энергия).

III. Чёрные дыры и энтропия

(памяти Хокинга, ушедшего к Ньютону 14.03.2018).

1. *Чёрная дыра и горизонт событий.*

Горизонт событий и его площадь как энтропия.

Неубывание и супераддитивность (при слиянии чёрных дыр).

2. *Опять конфликт со вторым началом термодинамики.*

Решение Хокинга (квантовый туннельный эффект и испарение чёрных дыр).

•

Границу чёрной дыры в космологии называют *горизонтом событий*. Дело в том, что для наблюдателя, находящегося вне горизонта событий, недоступно то, что происходит внутри, поскольку всё, что пересекает эту границу извне, в том числе любой сигнал, поглощается чёрной дырой и не возвращается к наблюдателю.

Было замечено, что площадь A горизонта событий не уменьшается с течением времени, а в общем случае только увеличивается. Более того, если две чёрные дыры сталкиваются и сливаются вместе, то площадь поверхности совокупной чёрной дыры оказывается больше, чем сумма площадей поверхностей каждой из компонент.

Это напомнило поведение энтропии и второе начало термодинамики. Аналогия с термодинамикой усиливается ещё некоторыми физическими наблюдениями, на которых мы здесь не останавливаемся. Приведём, однако, одну немаленькую, но очень содержательную цитату из книги Хокинг С., Пенроуз Р., *Природа пространства и времени*. РХД, Удмуртский гос. университет, 2000. (См. стр. 33-35.)

Хокинг пишет: "Вдохновлённый этими аналогиями, Бекенштейн (1972) предположил, что энтропия чёрной дыры действительно описывается некоторой величиной, пропорциональной площади горизонта событий. Он предложил обобщённый второй закон термодинамики: сумма энтропии чёрной дыры и энтропии материи вне чёрной дыры не может уменьшаться."

Однако это предположение не было самосогласовано. Если чёрные дыры имеют энтропию, пропорциональную площади горизонта, они также должны иметь ненулевую температуру, пропорциональную поверхностной гравитации. Рассмотрим чёрную дыру, которая находится в контакте с тепловым излучением при температуре ниже, чем температура чёрной дыры. Чёрная дыра будет поглощать некоторую часть излучения, но не будет способна выпускать её из себя наружу, поскольку в соответствии с классической теорией ничто не может оторваться от чёрной дыры и выйти наружу. Следовательно, существует поток теплоты от теплового излучения с меньшей температурой к чёрной дыре с большей температурой. Это нарушает обобщённый второй закон, потому что потеря энтропии теплового излучения будет больше, чем увеличение энтропии чёрной дыры. Однако, ... согласованность восстанавливается, если заметить, что чёрная дыра всё-таки может испускать излучение², которое является в точности тепловым. Это слишком красивый результат, чтобы оказаться простым совпадением или каким-либо приближением. Таким образом, похоже, что чёрные дыры действительно имеют внутреннюю гравитационную энтропию. Как я покажу, это связано с нетривиальной топологией чёрной дыры. Внутренняя энтропия означает, что рассмотрение гравитации вводит новый уровень непредсказуемости сверх той, которую обычно связывают с квантовой теорией. Таким образом, Эйнштейн был неправ, заявляя, что «Бог не играет в кости»³. Изучение чёрной дыры показывает, что Бог не только играет в кости, но иногда обманывает нас, бросая их туда, где мы их не можем видеть."

Чёрная дыра, вообще говоря, характеризуется несколькими макропараметрами: массой, электрическим зарядом, моментом импульса. В отсутствие двух последних площадь A горизонта событий чёрной дыры и её энтропия S пропорциональны квадрату массы M чёрной дыры.

Формула энтропии чёрной дыры в этом случае имеет вид

$$S = \alpha M^2 kG/hc .$$

В ней совершенно замечательно одновременно участвуют фундаментальные физические постоянные $G = G_N$, $c = c_E$, $h = h_P$, $k = k_B$:

²Это знаменитое открытие самого Хокинга, связанное с квантовой теорией чёрной дыры.

³Фраза Эйнштейна в дискуссии с Бором, на что Бор, вроде бы, ответил, сказав, «Не надо учить Бога, что ему делать.»

G_N — Ньютонова гравитационная постоянная,
 c_E — скорость света специальной теории относительности Эйнштейна,
 h_P — постоянная Планка квантовой теории,
 k_B — постоянная Больцмана термодинамики.

Можно проверить, что они размерно независимы. Именно этим воспользовался Макс Планк, предложив сделать их базисом естественной системы физических единиц. Планк на рубеже девятнадцатого и двадцатого веков вместе с идеей квантов и постоянной Планка нашёл универсальные (не зависящие от нашего произвола, а только от природы, точнее, от G_N, c_E, h_P, k_B) планковские величины (размеры) длины, времени, массы и температуры. За что в природе отвечают так полученные планковские масштабы, физикам пока не вполне ясно, но, возможно, это будет проясняться по мере продвижения к единой теории поля.

Планковские масштабы (величины) длины, массы, времени и температуры следующие:

$$l_p = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} \approx 1.616252 \cdot 10^{-35} \text{ м}$$

$$m_p = \sqrt{\frac{hc}{G}} \approx 2.17644 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} \approx 5.39124 \cdot 10^{-44} \text{ с}$$

$$T_p = \sqrt{\frac{hc^5}{Gk^2}} \approx 1.41679 \cdot 10^{32} \text{ К},$$

здесь $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ так называемая постоянная Дирака.

Планковские величины рассматриваются как фундаментальный масштаб, при котором, например, перестаёт быть применимо понятие непрерывного пространства-времени. Полагают также, что планковские единицы (планковские величины) определяют границы применимости современных физических теорий и, следовательно, должны играть существенную роль при их объединении. •

Немного истории.

а. Атомизм и гелиоцентричность у древних греков; инквизиция через 1500 лет!

б. Молекулярная модель газа и первые расчёты по этой модели.

[1738 - Д.Бернулли $P = \frac{Nmv^2}{3V}$ или $PV = \frac{N}{3}mv^2$; 1811 - Авогадро (гипотеза закона Авогадро); 1856 - Крёниг, совместив $PV = \frac{N}{3}mv^2$ и $PV = cT$, понял (вслед за С.Карно) связь T и $\bar{E} = \frac{mv^2}{2}$ ($\bar{E} = \frac{3}{2}kT$); 1866 - Максвелл (распределение Максвелла), а в 1871 и «Демон Максвелла».]

с. Подтверждение молекулярного строения вещества и эволюция соответствующих научных представлений. [1827 - Броун (Браун) и броуновское движение, а в 1905 - Эйнштейн ещё обсуждает подтверждается ли молекулярно-кинетическое представление о теплоте; (1867-1872) - Больцман последовательно выводит термодинамику из механики, при сопротивлении Маха, отрицавшего атомизм ещё в 1900 году, когда Больцман бежал от Маха из Вены, вернувшись только после смерти Маха, который, как считается, довел Больцмана до глубокой депрессии, закончившейся в 1906 году самоубийством. На могиле Больцмана стоит одна формула $S = k \log W$, символизируя ключевую идею Больцмана о вероятностном смысле энтропии.]

Эволюция термодинамики.

а. Закон сохранения энергии.

(1840 -1850) - Майер, Джоуль, Клаузиус, Гельмгольц.

б. Второе начало.

1824 - Карно, 1851 - Томсон (лорд Кельвин), (1857-1865) - Клаузиус.

Теория классической термодинамики: Карно, Клаузиус, Гиббс, Пуанкаре, Каратеодори, Борн (\Leftrightarrow СС-метрика, Громов).

с. Статистическая термодинамика: 1738 - Д.Бернулли, (1860-1866) - Максвелл, (1867-1906) - Больцман, (1883-1892) - Пуанкаре, 1902 - Гиббс, 1905 - Эйнштейн. (\rightarrow Броуновское движение, Случайные процессы.)

д. Квантовая термодинамика: (1887-1892, 1900) - Планк, 1905 - Эйнштейн, 1926 - Шрёдингер.

К энтропии по Больцману.

Формула $S = k \log W$, (где W — статистический вес термодинамического состояния) — ключевая идея Больцмана о вероятностном смысле энтропии. Рост энтропии замкнутой системы в сторону более вероятного состояния. (Обозначения: $H = \eta \nu \text{тропи}\alpha$, ныне $S = k \ln G$, $S = k \ln Z$.)

а. Макро и микро состояния.

(\rightarrow Принцип концентрации! Эргодическая гипотеза Больцмана!)

б. Современная трактовка второго начала термодинамики.

Энтропия и свободная энергия. Тайнственный смысл энтропии через очевидный смысл свободной энергии.

Тела, находящиеся в термодинамическом равновесии не обмениваются энергией (или обмениваются, но в равной мере).

Излучение и невидимки Кирхгофа 1859.

Исследование спектра излучения абсолютно чёрного тела и открытие квантовой механики (Стёфан-Больцман, Вин, Релей-Джинс, Планк) 1880-1900.

К взаимосвязи термодинамики и математики.

Классическая термодинамика и контактная геометрия.

(Интегрируемость распределений, соединимость состояний, неголомные связи, лежандровы многообразия ...)

Статистическая термодинамика и многомерная геометрия.

(Принцип концентрации и нелинейный закон больших чисел; динамические системы и эргодическая теория, броуновское движение и случайные процессы ...)

К расчёту радиуса горизонта событий.

Работа перевода тела массы m с высоты r_0 на высоту r_1 равна $m(U(r_0) - U(r_1))$, где $U(r) = G\frac{M}{r}$ — потенциал Ньютона точечной массы M ; G — гравитационная постоянная.

Работа перевода тела массы m с высоты r_0 на высоту $r_1 = \infty$ равна $mU(r_0)$, где $U(r_0) = \frac{GM}{r_0}$ — потенциал точечной массы M .

При старте с высоты r_0 для выхода за пределы поля притяжения массы M скорость должна быть такой, что $\frac{1}{2}v^2 \geq \frac{GM}{r_0}$.

[Например, в случае Земли, радиус которой $R \approx 6400$ км, а $\frac{GM}{R^2} = g \approx 10$ м/с², работа выхода тела массы m за пределы поля притяжения Земли при старте с поверхности Земли равна mgR , что позволяет получить вторую космическую скорость для Земли $\sqrt{2gR} \approx 11$ км/с.]

Но в силу теории относительности всегда $v \leq c$, поэтому для радиуса r_0 горизонта событий, порождённого массой M , имеем $\frac{1}{2}c^2 = \frac{GM}{r_0}$.

Видно, что площадь горизонта событий пропорциональна квадрату массы чёрной дыры, и гравитационный потенциал на горизонте событий положителен (что обеспечивает положительность температуры).

Не всё так просто (цитата из работы Эйнштейна 1905 года).

Во многих отношениях интересны и показательны следующие вводные строки работы Эйнштейна 1905 года, посвящённой броуновскому движению.⁴

⁴Einstein A. Uber die von molekularkinetischen Theorie der Warme geforgerte Bewegung von in ruhenden Flussigkeiten suspendierten Teilchen // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P. 549—560. [Рус. перев.: Эйнштейн А. О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты // Собра-

«В этой работе будет показано, что согласно молекулярно-кинетической теории теплоты взвешенные в жидкости тела микроскопических размеров вследствие молекулярного теплового движения должны совершать движения такой величины, что легко могут быть обнаружены под микроскопом. Возможно, что рассматриваемые движения тождественны с так называемым броуновским движением; однако доступные мне данные относительно последнего настолько неточны, что я не мог составить об этом определенного мнения.

Если рассматриваемое движение вместе с ожидаемыми закономерностями действительно будет наблюдаться, то классическая термодинамика не может считаться вполне справедливой уже для микроскопически различимых областей, и тогда возможно точное определение истинных атомных размеров. Если же, наоборот, предсказание этого движения не оправдывается, то это будет веским аргументом против молекулярно-кинетического представления о теплоте».

[Статистическое понимание второго начала термодинамики чувствовали и отстаивали Клаузиус, Максвелл, Больцман, Гиббс. Но их объяснения основывались на мысленных экспериментах, исходивших из постулата существования молекул. Лишь после открытия броуновского движения интерпретация второго начала термодинамики как абсолютного закона становится невозможной. Броуновские частицы, поднимаясь и опускаясь за счет теплового движения молекул, воочию демонстрируют нам вечный двигатель второго рода. Поэтому в конце XIX в. исследование броуновского движения приобрело огромное теоретическое значение и привлекло внимание многих физиков-теоретиков, включая Эйнштейна.]⁵

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарлз Г. Беннет*, Демоны, двигатели и второе начало термодинамики. В мире науки, 1988, 1, 52-60.
2. *Л. Бриллюэн*, Наука и теория информации. М., 1960.
3. *Борн М., Каратеодори К., Бриллюэн Л.* / *Кузнецов Б.Г. (под ред.)*, Тамм И.Е., Гинзбург В.Л. и др. Развитие современной физики. М., 1964.
4. *Л. Бриллюэн*, Научная неопределённость и информация, М., 1966.

ние научных трудов. Т. III. М.: Наука, 1966. С. 108—117.]

⁵Цитата из Истории физики [10].

5. *Д.Ландау, И.Лифшиц*, Статистическая физика. Часть 1. М., 1976.
6. *М.А.Леонтович*, Введение в термодинамику. Статистическая физика. Москва, Наука, 1983. - 416с.
7. *Б.Б.Кадомцев*, Динамика и информация. УФН, 164, №5, 449 (1994).
8. *Р.Р.Фейнман*, Feynman Lectures on Computation. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. The Advanced Book Program, (Lectured 1983), Published 1996.
9. *С.Хокинг, Р.Пенроуз*, Природа пространства и времени. РХД, Удмуртский гос. университет, 2000.
10. *М.Льюис*, История физики. М.: Мир, 1970.