**Экзаменационные вопросы по курсу математического анализа.**

Мех-мат (отделение математики, 2-ой поток), 1-ый курс, 2-ой семестр 2015/2016 уч. года.

Лектор – профессор Бадерко Е.А.

1. Первообразная функция на интервале. Неопределенный интеграл и его свойства (линейность, интегрирование по частям, замена переменной).
2. Интегрируемость функции на отрезке. Критерий Коши. Необходимое условие интегрируемости.
3. Достаточный признак интегрируемости, связанный с колебанием функции. Классы интегрируемых функций.
4. Множества лебеговой меры нуль. Критерий интегрируемости по Лебегу (формулировка). Интеграл от функции, интегрируемой на отрезке и равной нулю почти всюду.
5. Критерий Дарбу и специальный критерий интегрируемости ограниченной функции.
6. Свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность, интегрируемость произведения).
7. Интегрирование и неравенства. Первая теорема о среднем. Формулировка второй теоремы о среднем.
8. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему (нижнему) пределу.
9. Существование первообразной у непрерывной на интервале функции. Первообразная для функции, непрерывной на отрезке.
10. Формула Ньютона – Лейбница для интегрируемой на отрезке функции. Замена переменной в определенном интеграле.
11. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
12. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость.
13. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов с бесконечными пределами. Признак Дирихле.
14. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Несобственный интеграл в смысле главного значения.
15. Линейные, нормированные, евклидовы и метрические пространства. Неравенства Коши-Буняковского и Минковского.
16. Последовательности в метрическом пространстве. Полные метрические пространства. Сходимость в $R^{n}$. Полнота $R^{n}$.
17. Предел отображения из метрического пространства в метрическое пространство. Функции двух переменных: двойные и повторные пределы. Достаточное условие существования повторного предела.
18. Непрерывные отображения в метрических пространствах. Непрерывность композиции. Критерий непрерывности на всем пространстве.
19. Компакты в метрическом пространстве и их свойства (существование предельной точки, ограниченность и замкнутость, компактность замкнутого подмножества).
20. Компактность в $R^{n}$ (вложенная система n–мерных клеток, компактность n–мерной клетки, критерий компактности в $R^{n}$).
21. Свойства непрерывных отображений на компакте (сохранение компактности, ограниченность, достижение максимальных и минимальных значений, равномерная непрерывность). Непрерывные функции на линейном связном множестве в $R^{n}$.
22. Производные и дифференциалы первого порядка. Непрерывность дифференцируемой функции. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемость вектор-функции.
23. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент.
24. Производные высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных. Формулировка теоремы Юнга.
25. Дифференциалы высших порядков. Теорема о формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
26. Теорема Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие существования локального экстремума. Достаточное условие существования строгого локального экстремума.
27. Теорема о существовании и единственности неявной функции (случай одного уравнения). Теорема о неявных функциях для систем уравнений (формулировка).